



TITLE:

角度情報に基づく画像からの3次元  
情報復元の研究( Dissertation\_全文  
)

AUTHOR(S):

尺長, 健

---

CITATION:

尺長, 健. 角度情報に基づく画像からの3次元情報復元の研究. 京都大学,  
1991, 工学博士

ISSUE DATE:

1991-03-23

URL:

<https://doi.org/10.11501/3053072>

RIGHT:

# 角度情報に基づく画像からの 3 次元 情報復元の研究

尺 長 健

## 内容梗概

人間は視覚系により、3次元世界の2次元平面への投影像として得られる画像から、元の3次元空間を復元し、容易に3次元世界を理解することができる。しかし、これはさまざまな3次元情報抽出原理を総合的にかつ柔軟に利用することにより実現できるのであり、同様の機能を計算機で実現することはそれほど容易なことではない。コンピュータビジョンの研究においては、さまざまな観点からこの問題が取り上げられてきたが、まだなお解決すべき問題は少なくない。本論文では、筆者が行ってきた画像情報からの3次元情報復元の研究について述べる。

第1章では、画像情報に基づく3次元情報復元の研究動向を概観し、論文の基本理念及び構成を述べる。第2章では、論文の主題である中心投影法の逆問題に対して明確な定義を与えるとともに、従来の関連研究を概観し、一般論としての問題の性質を論じる。即ち、中心投影法を定義したのち、一般問題として画像理解問題を定義し、従来さまざまな形で行われてきたこの問題に対するアプローチを概観し、これに基づいて本論文の位置づけを明確にする。

第3章では、角度を含む平面と視点の位置関係から決まる座標系（第一透視動座標系）を定義し、中心投影過程を幾何的に考察することにより3つの角度の関係式として透視角度変換の基本形を導き出す。また、第一透視動座標系の決定法を論じ、透視角度変換基本形を用いた3次元情報抽出例として三面頂点解釈問題を取り上げ、解法を与えるとともに実験結果を示す。次に、角度の見え方だけから決まる座標系（第二透視動座標系）を定義し、透視角度変換の一般形を導出するとともにその性質を分析する。また、この応用として三線分の直交解釈問題を取り上げ代数解法を導出するとともに、三面頂点解釈問題のマクロな構造分析を取り上げる。最後に、透視角度変換の2つの形式である基本形と一般形の間を論じる。透視角度変換は、中心投影の逆問題において、角度情報による拘束を他の拘束と分離・抽出したものであり、空間内の角度と画像内の角度、および空間内の角度を含む平面の勾配に関する拘束を示す。3次元情報復元に広く利用可能であり、他の拘束との組合せでさまざまな種類の3次元情報復元手法を導出できると思われる。

第4章では、単眼視による3次元モデルベースビジョンのための枠組を与える。この枠組により、従来取り扱われてきた3次元剛体モデルばかりではなく、回転関節で接続された柔軟な構造をも同様の枠組で取り扱うことができることを示す。これは、3次元剛体を一組の剛体内ベクトルで、また、回転関節を関節ベクトルで表現し、3次元回転推定問題を定式化することにより達成される。この定式化により、可視および不可視の回転関節軸により接続された3次元剛体よりなる構造を対象とできるようにする。こうして得られる主な結果は以下の通りである。

- (1) 対象物体が剛体の場合、問題は $n$ ベクトルの回転推定問題に帰着される。剛体中の3ベクトルが画像と対応付けられるとき、最大8個の回転候補が角度に基づく勾配推定により求められる。3次元モデルと画像の間で対応付けられるベクトルの数が増えると、得られる結果の曖昧さは減少



# 目次

- する。
- (2) 対象物体が可視関節軸により接続された 2 剛体であるとき、回転推定問題は各剛体に関節軸を付加した 2 つの部分問題に分割でき、各問題は角度に基づく勾配推定により解くことができる。この場合、関節軸の解釈は両方の部分問題を満足しなければならない。
- (3) 対象物体が不可視軸で接続された 2 剛体の場合、問題を部分問題に分割することはできないが、各剛体内で 2 個以上のベクトルが観測されれば、角度に基づく勾配推定法を適用することができる。
- (4) 上の問題と 3 ベクトル剛体問題の関係を調べることにより、基本問題の相互変換に関する定理を導出できる。また、この定理を再帰的に適用することにより不可視関節軸を含む基本問題の一群を構成できることを示す。
- (5) 最後に、基本問題に対する回転推定アルゴリズムの機械的な構成法を示す。一般化 1 次元探索アルゴリズムは 0 ベクトル剛体を含まない構造に適用できる。一方、一般化 2 次元探索アルゴリズムは 0 ベクトル剛体を 1 つだけ含む構造に適用できる。一般化アルゴリズムの問題依存部分を作成することにより、各基本問題に対する具体的なアルゴリズムを作成できる。一般化アルゴリズムを用いることにより、PAT 曲線上のテスト関数の零交差検出により、全ての妥当な配置を検出することができる。実験結果は各アルゴリズムの有効性を示すとともに、一般化アルゴリズムが各種の姿勢推定問題に有効であることを示している。今後のモデルベースビジョンの一つの方向を示したものである。

第 5 章では、画像理解問題を概念モデルからの具体モデルの生成と、具体モデルと画像との対応付けの 2 つの問題として定式化し、前者の実現例として、単眼視による廊下シーンのモデル化を論じる。具体的には、概念モデルを物体中心座標系・直方体近似・詳細構造の 3 つのレベルに対応する能動的なモデルとし、各レベルにおいてモデルと画像の照合を行うことにより、具体モデルを徐々に生成するシステムを構築し、情報の統合を論じる。この 3 次元ビジョンシステムでは、角度情報を重要な手がかりとして用いている。即ち、平行性および直交性を手がかりとして物体中心座標系の抽出を試み、この結果に基づいて廊下の具体モデルを生成している。画像と 3 次元モデルの対応付けの問題には、未だに解決すべき問題が多いが、この画像理解系は、逐次情報復元のフィロソフィに基づいて作成したものであり、このフィロソフィは、一般の画像理解系の構成にも一般的に適用できると考えられる。

以上述べたように、本論文の研究成果は物体認識の基礎的な技術レベル向上に寄与するところが極めて大きい。この研究成果をもとに、近年中に実用的な物体認識システムが作成されることを確信する。

第 1 章 序論	1
第 2 章 中心投影法とその逆問題	4
2.1 緒言	4
2.2 中心投影法の定義とベクトル演算の記法	4
2.3 画像理解——中心投影法の逆問題	6
2.4 従来のアプローチ	6
2.5 本論文の位置付け	9
第 3 章 透視角度変換	10
3.1 緒言	10
3.2 第一透視動座標系と透視角度変換の基本形	10
3.2.1 第一透視動座標系	10
3.2.2 仮想画像面	13
3.2.3 第一透視動座標系の第二の定義	13
3.2.4 透視角度変換の基本形	15
3.2.5 第一透視動座標系の決定	17
3.2.6 見かけの角度と実際の角度の関係	19
3.3 透視角度変換の基本形による三次元情報抽出例	19
3.3.1 三直交三面頂点の解釈	21
3.3.2 二直交三面頂点の解釈	23
3.4 第二透視動座標系と透視角度変換の一般形	25
3.4.1 透視角度変換基本形の限界と一般形の必要性	25
3.4.2 第二透視動座標系の定義と透視角度変換の一般形	26
3.4.3 PAT 曲線とその特性分析	29
3.4.4 斜め対称性の議論との関係	33
3.5 透視角度変換の一般形による三次元情報抽出例——三線分直交解釈	33



3.6	透視角度変換一般形による問題構造の解析	43
3.6.1	三直交三面頂点解釈のマクロ構造	43
3.6.2	二直交三面頂点解釈のマクロ構造	44
3.7	透視角度変換の基本形と一般形の関係	46
3.8	結言	47
第4章	角度情報に基づく3次元物体の単眼視姿勢推定	48
4.1	緒言	48
4.2	3次元モデル記述と姿勢推定問題の定義	50
4.2.1	3次元モデル記述	50
4.2.2	姿勢推定問題の定義と取り扱い	51
4.3	点および線分の中心投影像から得られる情報	52
4.3.1	点の中心投影像から得られる情報	52
4.3.2	線分の中心投影像から得られる情報	52
4.3.3	正の線分解釈と負の線分解釈	54
4.4	球面PAT曲線とPAT拘束の概念拡張	56
4.4.1	PAT曲面と一般の画像面上でのPAT曲線	56
4.4.2	球面PAT曲線に対する要請	57
4.4.3	線分解釈の正負と $\mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{e}_c$ の関係	59
4.4.4	球面PAT曲線の性質と意味	59
4.4.5	PAT拘束の再定式化	60
4.4.6	球面PAT曲線の性質	62
4.5	複数線分に対する拘束	64
4.5.1	2線分に対する拘束	64
4.5.2	3本以上の線分に対する拘束	65
4.6	角度からの姿勢推定問題群	66
4.6.1	$n$ ベクトル剛体	66
4.6.2	可視関節軸で接続された2剛体	66
4.6.3	不可視関節軸で接続された2剛体	67
4.6.4	不可視関節軸の再帰構造	68

4.7	基本問題の代数解	71
4.7.1	3ベクトル剛体問題	71
4.7.2	他の基本問題	72
4.8	基本問題群の一般解法	72
4.8.1	角度からの回転推定の一般化アルゴリズム	72
4.8.2	幾何推論要素	73
4.8.3	一般化1次元探索アルゴリズム	76
4.8.4	一般化2次元探索アルゴリズム	76
4.9	各基本問題に対する具体的なアルゴリズムと実験結果	77
4.9.1	3ベクトル剛体	77
4.9.2	不可視関節軸で接続された2つの2ベクトル剛体	80
4.9.3	不可視関節軸で直列接続された 2ベクトル剛体・1ベクトル剛体・2ベクトル剛体	84
4.9.4	3つの2ベクトル剛体に不可視関節軸で接続された0ベクトル剛体	85
4.10	三面頂点解釈問題のマクロ構造	87
4.11	無向線分と過剰決定問題の取り扱い	90
4.11.1	無向線分の取り扱い	90
4.11.2	過剰決定問題の取り扱い	90
4.12	結言	91

第5章	概念モデルに基づく具体モデルの生成	93
5.1	緒言	93
5.2	画像理解問題の定式化	94
5.2.1	モデル生成と環境認識	94
5.2.2	画像理解システムの構成	96
5.2.3	モデル生成処理の進み方	97
5.3	廊下の概念モデルと処理の概要	97
5.3.1	対象に対する仮定と撮影条件	97
5.3.2	廊下の ACTIVE MODEL の構成	98

5.4	画像処理・画像解析アルゴリズム	101
5.4.1	エッジ検出	101
5.4.2	直線の抽出	102
5.4.3	直交3軸の検出	102
5.4.4	奥行き・幅・高さ軸の同定	106
5.4.5	廊下の4平面の検出	106
5.4.6	等間隔な特徴点の検出	108
5.4.7	距離情報の復元	109
5.4.8	壁面構造の解析	110
5.5	実験結果	115
5.5.1	廊下の具体モデルの生成	115
5.5.2	Level-1処理とLevel-2処理	116
5.6	結言	116
第6章	結論	118
謝辞		120
参考文献		121
関連発表		125

記号表

記号	意味	記号	意味
$\mathbf{l}_1 \cdot \mathbf{l}_2$	ベクトル $\mathbf{l}_1$ と $\mathbf{l}_2$ の内積	$\mathbf{l}_1 \times \mathbf{l}_2$	ベクトル $\mathbf{l}_1$ と $\mathbf{l}_2$ の外積
$\ \mathbf{l}\ $	ベクトル $\mathbf{l}$ のノルム	$[\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2, \mathbf{l}_3]$	スカラー三重積
$U(\mathbf{l})$	$\mathbf{l}$ の正規化ベクトル	$O(0, 0, 0)$	画像中心座標系の原点
$xyz$ 座標系	画像中心座標系	$r\phi\theta$ 座標	$xyz$ 座標の極座標表示
$abc$ 座標系	第一透視動座標系	$\langle a, b, c \rangle$	$abc$ 座標表示
$stc$ 座標系	第二透視動座標系	$r\eta\xi$ 座標	$stc$ 座標の極座標表示
$f$	焦点距離	$I_V(\mathbf{e})$	ベクトル $\mathbf{e}$ を視軸とする仮想画像
$P(X, Y, Z)$	3次元空間内の点	$\hat{p}(\hat{x}, \hat{y}, f)$	点 $P$ の中心投影像 (実画像上)
$L, L_i$	3次元空間の有向線分	$\tilde{L}$	有向線分 $L$ を含む直線
$l_i$	$L_i$ の $I_V(\mathbf{e}_c)$ への中心投影	$\hat{l}_i$	$L_i$ の $I_V(\mathbf{e}_z)$ への中心投影
$v_i$	$I_V(\mathbf{e}_c)$ 上の $l_i$ の無限遠点	$\hat{v}_i$	$I_V(\mathbf{e}_z)$ 上の $\hat{l}_i$ の無限遠点
$\Gamma$	$L_i$ を含む平面	$\Pi_i$	$l_i$ の解釈平面
$\mathbf{l}_i$	$L_i$ の方向ベクトル	$\mathbf{i}_i$	$\mathbf{l}_i$ の解釈ベクトル
$\mathbf{p}$	点 $P$ のガウス球面投影	$\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$	線分位置拘束ベクトル
$\mathbf{d}_c$	ベクトル $\mathbf{e}_c$ の $\Gamma$ 平面への正射影	$\mathbf{g}_c$	$\mathbf{d}_c$ の $I_V(\mathbf{e}_c)$ 上への中心投影
$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$	$xyz$ 座標系の基底ベクトル	$\mathbf{e}_a, \mathbf{e}_b, \mathbf{e}_c$	$abc$ 座標系の基底ベクトル
$\mathbf{e}_s, \mathbf{e}_t, \mathbf{e}_c$	$stc$ 座標系の基底ベクトル	$\mathbf{e}_{st}$	$I_V(\mathbf{e}_c)$ 上の線分 $l$ の方向ベクトル
$\mathbf{n}$	平面 $\Gamma$ の単位法線ベクトル	$\mathbf{g}_i, \mathbf{g}_n$	$\mathbf{l}_i, \mathbf{n}$ の $I_V(\mathbf{e}_c)$ 上への中心投影
$\mathbf{n}_{ij}$	$U(\mathbf{l}_i \times \mathbf{l}_j)$	$\mathbf{j}$	関節ベクトル
$B_n$	$n$ ベクトル剛体	$T_i$	(回転推定) 基本問題の木表現
$\alpha_i$	$\Gamma$ 上で $L_i$ が $\mathbf{d}_c$ となす角度	$\beta_i$	$I_V(\mathbf{e}_c)$ 上で $l_i$ が $\mathbf{e}_a$ となす角度
$\Delta\alpha_{ij}$	$\alpha_i - \alpha_j$	$\Delta\beta_{ij}$	$\beta_i - \beta_j$
$\Delta\alpha$	空間内の角度	$\Delta\beta$	$I_V(\mathbf{e}_c)$ 上の角度
$\gamma_i$	$\mathbf{l}_i$ と $\mathbf{e}_c$ の余弦	$\psi$	$\mathbf{d}_c$ (or $\Gamma$ ) と $\mathbf{e}_c$ とがなす角度
$\nu_0$	二直交三面頂点解釈の判別式	$\nu_1, \nu_2, \nu_3$	$\nu_0$ 計算用の係数
$\epsilon_1, \epsilon_0$	$I_V(\mathbf{e}_c)$ 上の直線の方程式係数	$\mu_2, \mu_1, \mu_0$	三線分二直交解釈の方程式係数
$\eta^*(\Delta\alpha, \Delta\beta)$	PAT曲線と $l$ が接線方向	$pat(\Delta\alpha, \Delta\beta, \xi, \eta)$	(= 0): 球面PAT曲線
$GIE\#i$	幾何推論要素	$\omega_1, \omega_2, \omega_3$	$GIE\#i$ のパラメータ
$x'y'z'$ 座標系	廊下の物体中心座標系	$\zeta$	3次元等間隔性に伴う定数
$\rho, \theta$	直線の Hough 変換パラメータ	$cite$	無限遠点との相対位置
$par(l)$	平行性仮説分布	$\mathbf{R}$	座標回転行列
$ortho2, ortho3$	二直交尺度, 三直交尺度	$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	$ortho3$ のパラメータ
$cls$	4線分の閉ループ尺度	$lht$	2線分の高さ比尺度
$egl_3, egl_4$	等間隔性の尺度	$plane_1, plane_2$	壁面構造解析用の尺度



## 第1章 序論

人間は視覚系により、3次元世界の2次元平面への投影像として得られる画像から、元の3次元空間を復元し、容易に3次元世界を理解することができる。しかし、これはさまざまな3次元情報抽出原理を総合的にかつ柔軟に利用することにより実現できるのであり、同様の機能を計算機で実現することはそれほど容易なことではない。コンピュータビジョンの研究においては、さまざまな観点からこの問題が取り上げられてきたが、まだなお解決すべき問題は少なくない。

従来のコンピュータビジョン研究は、大きく分けると目的指向型のものと機能指向型のものに大別できる。ここで、目的指向型の研究は、実用的側面が強く、ロボットに特定の作業を実現させるとか、画像情報から特定の対象物を検出する、あるいは画像情報から物体の3次元形状を復元するといった、特定の目的を目指したものである。一方、機能指向型の研究は原理的側面が強く、汎用視覚に対する合理的な計算モデルの解明とその実現法の構築を目的としている。

一般論として、両者は、科学を支える両輪であり、不離一体の関係にある。機能指向型研究が進むに連れ、その応用としての目的指向型研究が誘発される。逆に、優れた目的指向型研究が、機能指向型研究に対し優れたモデルを供給することも多い。重要なことは、各研究がどちらを指向しているかであり、これによりアプローチは自ずから変わってくる。この分類からは、本論文は機能指向型の研究に関するものであり、汎用視覚の実現の立場から、重要と思われる1つの3次元情報抽出法を論じ、モデルベースビジョンの1つの枠組を与える。

ビジョンは1つの単純な原理により支配されるものではなく、幾つかの単純な原理を統合するシステムとして捉える方が妥当であると考えられる。従って、機能指向型のコンピュータビジョンの研究には、次の2つのフェーズにわたる研究が必要である。

- (1) 3次元情報抽出に関わる基本原理の解明
- (2) 各種の3次元情報の統合法

このうち、前者については、1970年代以降、機能指向型の研究により、多くの3次元情報抽出アルゴリズムが提案されてきた。一方、後者に関しては、正則化(regularization)問題への帰着が最近のひとつの流れであるが、全ての問題が正則化により解決されるとは考えにくく、知識処理的側面からのアプローチなど新しい展開が必要と考えられる。

本論文では、前者に重点を置き、1つの基本法則をベースとして3次元情報抽出を深く論じる。後者については、最後の章で実際の画像理解問題を取り上げることとする。

ここで、前者の観点から、従来提案されてきた画像情報からの3次元情報抽出原理を分類すると以下ようになる。

- (1) 三角測量原理に基づくもの (図1.1(a))
  - (a) 受動的ビジョン：ステレオビジョン



(b) 能動的ビジョン：パターン投影法

(2) 画像生成過程の逆問題を解くもの

(a) 幾何学的取り扱いのみ（光の直進性に基づく。反射を考慮せず。）

(a1) 静止画像（対象物の形状に関する仮定を用いる）（図1.1 (b)）

線画の解析 — ワールドの限定

一般的規則性を仮定

shape from texture, shape from parallelism,

shape from orthogonality, skewed symmetry

物体の形状モデルを仮定

(a2) 動画画像（剛体運動を仮定）：shape from motion（図1.1 (c)）

(b) 光学的取り扱いを含むもの

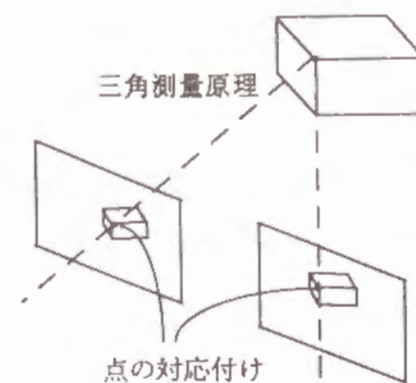
(b1) 光の第一次反射のみを扱うもの：shape from shading（図1.1 (d)）

(b2) 焦点ボケを利用するもの：shape from focus（図1.1 (e)）

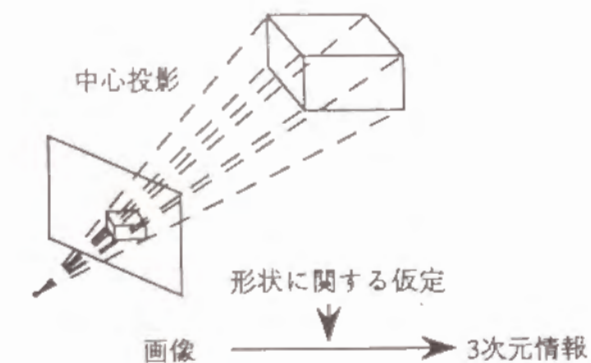
なお、実際に用いられる手法としては、ステレオと照度差ステレオの組合せなど、複数の原理を組み合わせたものがある。これらは情報統合の例と考えることができるため、原理的な分類からは削除した。

本論文では、この分類のうち(a1)に重点をおいて論じる。より具体的には、画像生成が中心投影に基づくものと仮定したうえで、1枚の静止画像（単眼視画像と呼ぶ）から、対象物形状に関する仮定に従って3次元情報を復元する問題を論じる。

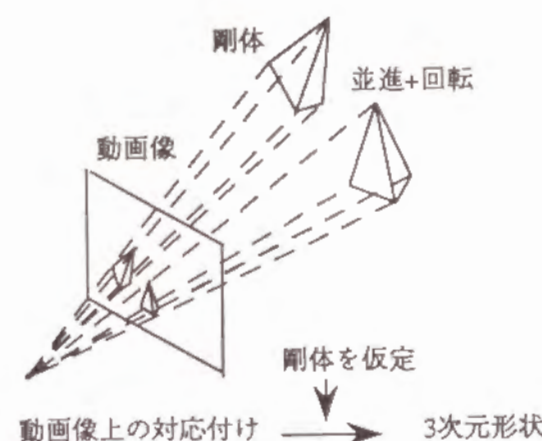
ここで、論文の構成を簡単に述べておく。第2章では、本論文の主題である中心投影法の逆問題に対して明確な定義を与え、従来に関連研究を概観するとともに、本論文の位置付けを明確化する。第3章では、角度の見え方からの3次元情報の復元という観点に絞って、基本的な法則として透視角度変換を提示する。また、その性質を整理するとともに、角度の見え方により与えられる情報について考察する。第4章では、単眼視によるモデルベースビジョンの枠組を与える。即ち、角度に関する中心投影の逆問題について問題の構造を解明し、透視角度変換をベースとして、これらの基本問題群に対する一般化解法を与える。第5章では、画像理解の例題として1枚の画像をもとに対象に関する3次元形状に関する概念モデルから具体モデルを生成する問題を取り上げる。ここでは、概念モデルと画像情報のマッチングの観点から、問題の定式化を行い、具体例として、廊下シーンを対象として情報統合を論じる。第6章では、以上の議論をまとめるとともに今後の課題について述べる。



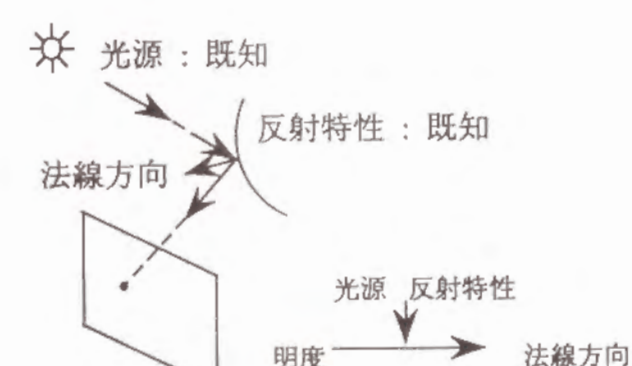
(a) triangulation



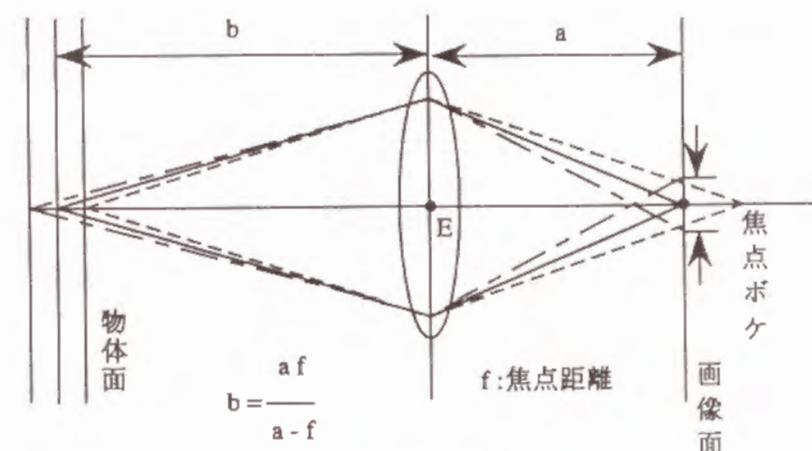
(b) shape from shape



(c) shape from motion



(d) shape from shading



(e) shape from focus

図1.1 画像情報からの主な3次元情報抽出原理

## 第2章 中心投影法とその逆問題

### 2.1 緒言

3次元世界の2次元平面への投影として得られる1枚の画像は、そもそも奥行き情報を失っている。従って、1枚の画像から元の3次元世界に関する情報を抽出するには、画像生成プロセスをモデル化し、対象物体に関する何等かのモデルを用いて、画像生成の逆問題として3次元情報抽出の問題を考える必要がある。ここで、単眼視解析において取り扱う3次元情報復元は、対象物体に関する何等かのモデルを仮定した上で成立するものであり、ステレオビジョン・照度差ステレオなどのように原理的には点単位で行う3次元情報復元とは異質である。即ち、単眼視による3次元情報復元は、画像情報に対して知識に基づいた解釈を与えるという意味で画像理解と同じ意味である。

第2章では、中心投影法による画像生成を仮定した上で単眼視による画像理解を論じる。即ち、2.2節で中心投影法を定義したのち、2.3節では一般問題として画像理解問題を定義する。2.4節では従来さまざまな形で行われてきたこの問題に対するアプローチを概観し、これに基づいて、2.5節では本論文の位置づけを明確にする。

### 2.2 中心投影法の定義とベクトル演算の記法

本論文では、座標系の取り方を次のように定める。まず、3次元空間を、図2.1の $xyz$ 直交座標系（左手系）で示す。また、 $xyz$ 座標の極座標表示を $r\theta\phi$ 座標で表す。ここで、 $r$ は原点からの距離、 $\theta$ は $z$ 軸方向となす角度（ $z$ 軸方向を天頂方向としたときの天頂角）、また、 $\phi$ は $xy$ 平面上での方位角（ $x$ 軸方向を0、 $y$ 軸方向を $\pi/2$ とする）を示す。このとき、両者の関係は次式で表される。

$$(x, y, z) = (r \cos \phi \sin \theta, r \sin \phi \sin \theta, r \cos \theta) \quad (2.1)$$

ここで、視点は $xyz$ 座標系の原点 $O(0,0,0)$ にあるとし、視軸を $z$ 軸と一致させる。また、対象世界は $z$ 軸の正方向に広がっているものとする。さらに、 $f$ でレンズの焦点距離を表し、3次元世界は視点を通して、 $z = f$ の画像面上に投影されるものとする。このとき、中心投影法により、3次元空間内の点 $P(X, Y, Z)$ とその画像面上の像 $\hat{p}(\hat{x}, \hat{y}, f)$ との間には次式が成立する。

$$(\hat{x}, \hat{y}, f) = \left( \frac{fX}{Z}, \frac{fY}{Z}, f \right) \quad (2.2)$$

また、 $r\theta\phi$ 座標で表すと次式を得る。

$$(\hat{x}, \hat{y}, f) = (f \cos \phi \tan \theta, f \sin \phi \tan \theta, f) \quad (2.3)$$

逆に、 $\theta$ 、 $\phi$ は次の二式で表せる。

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2}}{f} \quad (2.4)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\hat{y}}{\hat{x}} \quad (2.5)$$

次に、本論文で用いるベクトル演算に関する記法をまとめると以下のようになる。ベクトル $\mathbf{l}_1$ と $\mathbf{l}_2$ の内積および外積を $\mathbf{l}_1 \cdot \mathbf{l}_2$ および $\mathbf{l}_1 \times \mathbf{l}_2$ で表す。ここで、外積は左手系で定義されるものとする。また、ベクトル $\mathbf{l}$ のノルムを $||\mathbf{l}||$ で示す。さらに、スカラー三重積およびベクトル長の正規化を次のように表す。

$$[\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2, \mathbf{l}_3] = (\mathbf{l}_1 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{l}_3 \quad U(\mathbf{l}) = \frac{1}{||\mathbf{l}||}$$

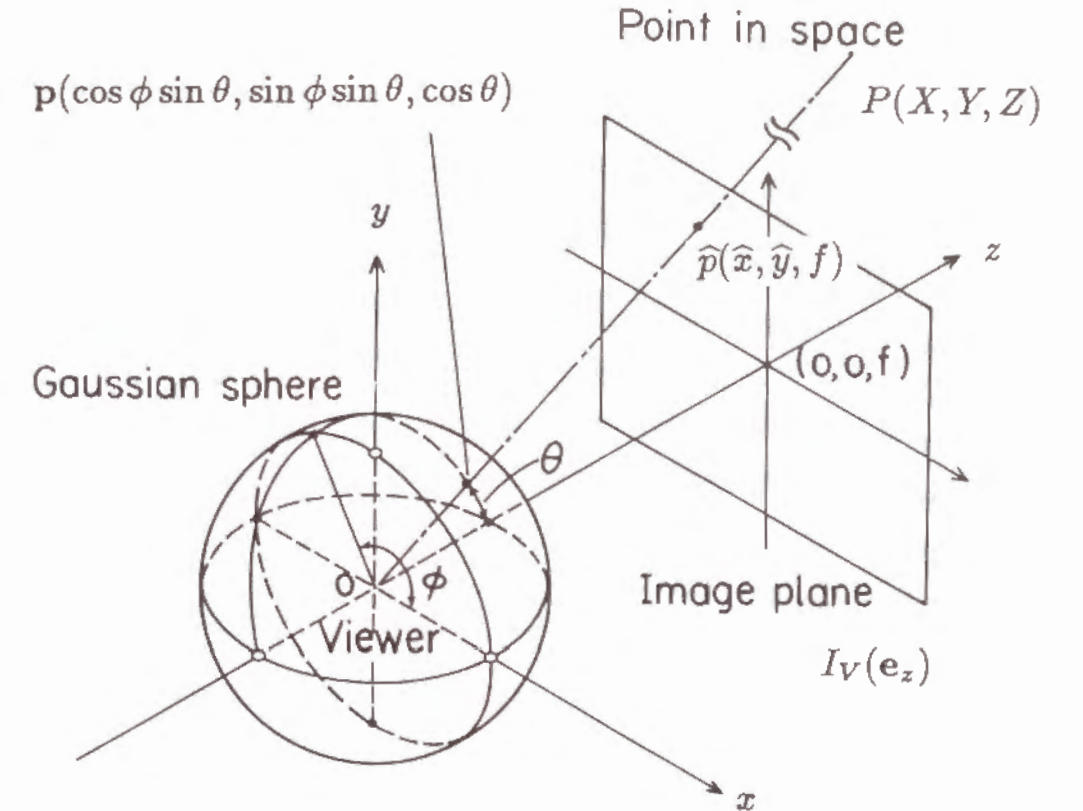


図2.1 座標系の取り方



## 2.3 画像理解 — 中心投影法の逆問題

画像理解は、画像生成過程の逆問題である。ここで重要なことは、画像理解問題が、2次元情報から3次元情報を推定する問題であり、本質的に不良設定問題 (ill-posed problem) であるということである。即ち、画像が式 (2.2) に従って中心投影法により生成されるとき、画像を構成する各画素  $\hat{p}(\hat{x}, \hat{y}, f)$  は、3次元空間内の直線

$$\frac{\hat{x}}{X} = \frac{\hat{y}}{Y} = \frac{f}{Z} \quad (2.6)$$

上の1点が投影されたものである。ここで、直線上のどの点  $P(X, Y, Z)$  の像として  $\hat{p}(\hat{x}, \hat{y}, f)$  が得られたかを特定することは、画像上の情報のみからでは本質的に不可能である。

このように本質的に不良設定問題である画像理解問題を解くには、対象に関する何らかの仮定（あるいはモデル）が必要になる。これは、静止画像に対しても、動画像に対しても同様であるが、特に静止画像の場合については対象物体に関する何らかのモデルが必要になる。

## 2.4 従来のアプローチ

従来の単眼・静止画像を対象とした画像理解問題に対する研究を、対象物体のモデルで整理すると、以下のようにまとめられる。

- 1) ワールドの限定 — 個々の対象物体に関する仮定ではなく、世界の構成要素を限定することにより、不良設定問題を解こうというアプローチが線画の解釈において行われてきた。その最も典型的なものがブロックワールドに関する各種の研究であり、(Roberts[1], Guzman[2], Falk[3], Huffman[4][5], Clowes[6], Mackworth[7], Waltz[8], Shirai[9], Sugihara[10][11], Draper[12], Kanatani[13])、これに類するものとしており紙ワールド (Kanade [14][15]) や曲面体ワールド (Turner [16], Chakravarty[17], Lee et al.[18], Malik[19]) などがある。これらは、利用する情報により次の3種類に分類される。

- 1.1) 頂点ラベル付けに基づく定性的解釈 線画から物体の凹凸や相対位置関係を求めるものであり、ブロックワールド研究のなかでは Huffman[4], Clowes[6], Waltz[8] の研究がこれに対応する。また、同様の議論をより一般的なワールドで行っているものとしては、おり紙ワールド (Kanade [14])、曲面体ワールド (Malik[19]) などがある。

Huffman[4] および Clowes[6] は三面頂点の仮説（頂点は最大3つの平面の交点として定義される）のもとで、頂点のラベル付けと隣接頂点間での無矛盾な関係の抽出によるブロックワールドの定性的解釈手法を開発した。Waltz[8] はこれを整理し、(1) 線画中の各頂点について考える解釈の全てを付与する。(2) フィルタリング（一種の離散的弛緩法）により隣合う頂点間の解釈がブロックワールドの仮定に反しないように解釈を絞っていくという形に整理した。Draper[12] はこの議論を三面頂点以外のワールドに適用する場合の解釈の多義性について解析している。また、Kanade[14] はこの手法をより現実に近い世界

（おり紙ワールド）に適用し、これだけでは解釈に多義性が残ることが多いことを示した。同様に、Malik[19] は微分幾何学的考察に基づいて、曲面体線画に対して頂点の取り方および頂点辞書を考案し、同様の定性的解釈法を提案している。

- 1.2) 勾配空間を利用した定量的解釈 Mackworth[7] は、ブロックワールドを対象とした線画解釈に、勾配空間における面の勾配に関する推論を利用した。即ち、線画が与えられたときに次の情報を利用して線画解釈を行った。(1) 各稜線がその両側の2平面の接線であるとする両側平面の勾配は勾配空間で稜線と直交する線分上に位置する。(2) 接線の凹凸に対応して勾配空間での位置関係を限定できる。この研究は頂点ラベルのみでは取り扱えない定量的解釈を勾配空間を用いることにより実現した最初の研究であった。Kanade[15] は、対称性の仮定に基づく直角の見え方を勾配に関する推論に持ち込み、頂点ラベルのみでは十分に解釈を限定できないおり紙ワールドの解釈を行なった。これは一般的規則性を利用した定量的解析が有効であることを示した最初の例でもある。
- 1.3) 線形代数に基づく定量的解釈 勾配空間を利用した推論は、奥行き情報を取り扱っていないという点で能力に限界がある。これに対処しようとする試みは Huffman[5] などで行われていたが十分なものではなかった。Sugihara[10][11] は、平面方程式を陽に取り扱い、線形代数による多面体線画の解析を定式化した。これにより、問題のマクロな構造が整理されるとともに、線形代数のさまざまな知見・技法が利用できるようになった。しかし、この研究は一方で線画解釈の限界を明確に示した。即ち、この研究により線画のみでは制約が不足するため、他の情報との組合せが必要になる場合が多いことが明らかになった。この延長上の議論として、Kanatani[13] は、直交性・平行性などの一般的規則性を利用することにより、ある種の多面体像の定量的解釈が可能であることを示している。
- 2) 一般的規則性の利用 — 対象に関して、一様性・直交性・平行性・対称性といった一般的規則性を仮定して、解釈を得ようとするのが一般に行われる。用いる規則性により分類すると以下のようになる。

- 2.1) shape from texture テクスチャが2次元領域解析に有効であることは古くから知られているが、これを平面勾配の推定に利用しようという試みも行われている。このアプローチでは、テクスチャに何らかの一様性を仮定し、一様性の投影による歪から面の勾配を推定する。Witkin[20] は平面上のランダムなテクスチャから平面勾配を推定できることを示した。Kender[21] は中心投影法のもとで平面上の2組の平行直線集合から平面の勾配を求める方法を示した。Ohta et al.[22] は、中心投影法のもとで平面上のランダムに配置された同種のパターンの面積比を用いて平面の勾配を推定する手法を提案している。これらの手法が、非常に限られた種類のテクスチャしか取り扱えなかったのに対し、最近テクスチャからの勾配推定に対してより一般的な議論を行い、具体的なアルゴリズムが提案されてつつあ



る。まず、Kanatani[23] はステレオロジーの立場からテクスチャの一様性を正確に定義し、各種の統計量から勾配を推定する枠組を示している。また、Alloimonos-Swain[24] らは、大田らが解析に用いた擬似中心投影法をベースとして、パターンの見かけの歪から勾配情報を復元する方法を一般的に論じている。

2.2) shape from parallelism 直線の平行性を仮定して直線の勾配を推定するものであり、中心投影法のもとでは平行線は同一の無限遠点 (vanishing point) を持つことを用いる。Kender[21] は中心投影法のもとで直線の3次元平行性を Hough 変換で検出する方法を示している。中谷・北橋[25] は、平行性から求まる無限遠点の利用がシーン解析に有効であることを示している。

2.3) shape from orthogonality 直線の直交性を仮定して直線の勾配を推定するものである。直交三面頂点に関しては、Perkins[26] などが心理学の立場から解釈の妥当性を検討して以来、さまざまな形で考察されている。Kanatani[27] は群論を用いてこの問題の構造をコンパクトに示している。

一方、三面頂点を一般化し、一般位置にある三線分の直交関係を画像解析に利用することに最初に注目したのは Barnard[28] であり、画像上の3本の線分から3次元の直交解釈を求めるアルゴリズムを示している。また、Kanade[15] は空間中の直角の画像上での見え方により平面勾配を勾配空間内で双曲線上に拘束できることを示している。

2.4) shape from symmetry Kanade[15] は直交投影のもとでの線画解析に面の対称性を利用した。また、田村ら[61] は面对称物体の3次元復元を論じている。

3) 剛体3次元形状モデルの利用 — 対象物体の3次元形状モデルを仮定して、画像とモデルをマッチングすることにより対象物体の空間内での配置を求めるというもので、3次元形状モデルを仮定できる場合には広い分野に適用できると考えられる。

3.1) 方程式解法 3次元モデル上の $n$ 点と画像上の $n$ 点の対応付けから物体の姿勢を推定する問題 (PnP 問題) に対して、Fischler-Bolles[29]、島崎[30] が基本的な解を示している。即ち、P3P 問題は1変数の4次方程式に帰着されることが判っている。また、一般位置にあるP6P 問題の解は一意である。さらに、出口[60] はP4P 問題が3次方程式に帰着できることを示している。

3.2) 数値解法 多面体などについて、正しい対応付けを仮定できる場合には、逐次推定により配置を復元することができる (Goad[33]、Lowe[38]、Haralick[34]、Gunnarsson-Printz[35]、洪ら[36])。これらの手法には、対応付けあるいは初期推定が実際とかけ離れている場合の収束性に問題があるが、対応付けの数が多く、ほぼ正確である場合には精度の高い解を得ることができるという利点がある。一方、会話的な手法ではあるが、福井[32] がさまざまな拘束を連立方程式として表し、数値的にこれを解くことにより線画の配置推定を行う方法を

示している。

3.2) 物体と画像の対応付け 対象物体の3次元モデルを用いたアプローチの成否は、物体と画像の間で正しい対応付けが与えられるか否かにかかるといえる。これに対しては、ランダムな対応付けによる統計的な処理 (Fischler-Bolles[29]) アスペクトグラフの対応付け (Ikeuchi[37])、仮説検証的な方法の利用 (Goad[33]、Lowe[38]、Horaud[39]、Dohi-Ishizuka[40]) などが提案されているが、どの手法も取り扱える対象は限定的である。

## 2.5 本論文の位置付け

本論文は、前節に従うと、3) に分類できるが、2) の各項目とも関連する。即ち、両者を取り扱うより原理的なものとして、角度の中心投影に着目し、これを用いた3次元情報復元法を論じる。

第3章では、幾何学的考察に基づいて、大きさが既知である空間内角度の中心投影像から、3次元の情報を復元する際の最も基本的な方程式として、透視角度変換と名付けた式を導き出す。これは、Kanade[15] の議論を一般の角度にまで拡張したものであり、この方程式を用いることにより、角度に関するさまざまな定性的・定量的性質を解明できる。

次に、第4章では、3) の概念を拡張したうえで、3次元形状モデルに基づく物体姿勢推定問題を論じる。即ち、従来法では扱えなかった頂点に丸みを持つ物体、1軸まわりの回転自由度を持つ関節で接続された物体などを包含する姿勢推定問題を取り上げ、その構造を解明するとともに、透視角度変換をベースとした一般的な解法を導出する。これは、従来のPnP 問題が点の対応付けをベースとしていたのに対し、直線・角度の対応付けにより3次元情報復元を行うことを目指したものであり、ノイズに対してロバストな処理系を構成できると考えられる。また、関節軸を陽に取り扱うことにより、柔軟な構造を持つ物体を剛体と同様に取り扱えることを示す。

第5章では、画像理解問題の定式化を行うとともに、角度情報を重要な手がかりとして用いた3次元ビジョンシステムの実現例を示し、実際のシステムへの角度情報の利用を試みる。具体例としては、廊下シーンを用い、1枚の画像をもとに、対象に関する概念モデルから具体モデルを生成する問題を取り上げる。また、実際の画像解析における知識の利用について具体的な問題をベースに考察する。



## 第3章 透視角度変換

### 3.1 緒言

第2章で論じたように、画像情報から3次元情報を復元するためには、対象物体に関して何らかの仮定を置く必要がある。即ち、問題を解くためには拘束条件になり得るような仮定を幾つか立て、これらを適当に組み合わせることにより中心投影により失われた情報を補う必要がある。第2章で示したように、従来から各種の拘束に対する取り扱いが論じられているが、拘束の組合せは無数にあると考えられ、これらに対して3次元情報復元アルゴリズムを個別に導出していくのは効率的とは思えない。効率的なアルゴリズム導出のためには、基本的な拘束に対する簡潔な取り扱いが必要である。言い換えれば、画像中に含まれる基本要素に対して中心投影過程を如何に簡潔に表現できるかが重要な課題となる。第3章では、基本要素の中でも最も基本的なものの1つである角度について、中心投影における基本法則を解明する。このため、中心投影過程を幾何的に考察し、3次元空間内の角度とその中心投影として画像上に得られる角度の関係から、基本法則として透視角度変換を導出する。また、その性質を明らかにするとともに、これを用いた幾つかの簡単な三次元情報復元法を示す。なお、透視角度変換を用いた体系的な三次元情報復元については第4章で論じる。

本章の構成は以下の通りである。3.2節では、角度を含む平面と視点の位置関係から決まる座標系（第一透視動座標系）を定義し、中心投影過程を幾何的に考察することにより3つの角度の関係式として透視角度変換の基本形を導き出す。また、第一透視動座標系の決定法を論じる。3.3節では、透視角度変換基本形を用いた3次元情報抽出例として三面頂点解釈問題を取り上げ、解法を与えるとともに実験結果を示す。3.4節では、角度の見え方だけから決まる座標系（第二透視動座標系）を定義し、透視角度変換の一般形を導出するとともにその性質を分析する。3.5節では、これを用いた3次元情報抽出例として三線分の直交解釈問題を取り上げ代数解法を導出する。3.6節では、透視角度変換一般形の利用例として三面頂点解釈問題のマクロな構造分析を取り上げる。最後に、3.7節では透視角度変換の2つの形式である基本形と一般形の間を論じる。

### 3.2 第一透視動座標系と透視角度変換の基本形

#### 3.2.1 第一透視動座標系

幾何学・物理学において、座標系の取り方は非常に重要な役割を果たしてきた。座標系の取り方により問題の本質を的確に把握でき、重要な結果が導出される。この一例として、微分幾何学[41]で用いられている座標系として動座標系(Moving Frame)がある。動座標系では、座標系を空間全体で一定とはせず、対象とする要素(直線・曲面など)に固有の座標系を(各要素の位置を原点として)考えることにより議論を簡単化する。本節で用いる座標系は、考え方の大枠において動座標系の考え方に従うものとする。

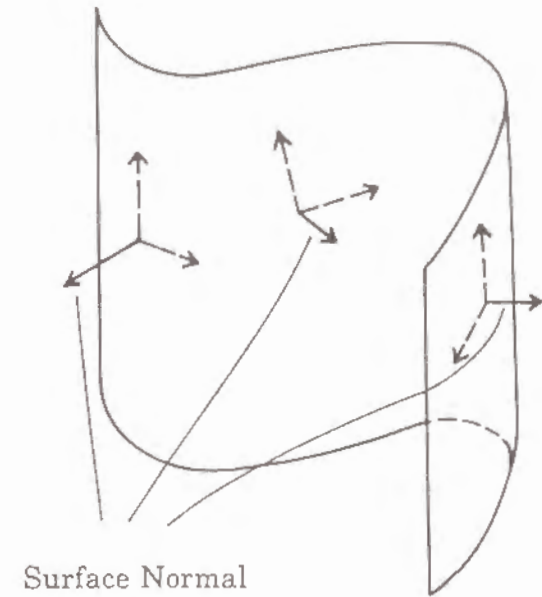


図3.1 微分幾何学で通常用いられる動座標系

しかし、従来の微分幾何学で用いられている動座標系は、注目している点のみにより決定されるもので、ここで取り扱おうとしている中心投影の逆問題に対しては必ずしも十分でない。即ち、ユークリッド空間内の曲面を扱う場合、微分幾何学で通常用いられる動座標系は、曲面上の各点における法線とその点での接平面内の2軸により決められる(図3.1)。この座標系は一種の物体中心座標系であり、物体上の各点において十分な3次元情報が得られた後においては、形状解析や物体認識において重要な役割を果たすと考えられる。しかし、本章で取り扱うような画像理解の初期の段階では、各点においてこのような物体中心座標系を求めることはそれほど容易なことではない。即ち、画像理解の目的からはこれとは違った動座標系の定義が必要である。

本論文では、第1軸を視線、第2軸を曲面上の各点における法線の見え方(視線に垂直な画像面への射影像の方向ベクトル)に選ぶことにより直交座標系の3軸を決定する新しい動座標系を提案する。これは、画像理解という目的に沿って考案されたものであり、従来の動座標系の範疇に含まれるものではない。我々は、これを第一透視動座標系(First Perspective Moving Coordinate System)と呼ぶ。第一透視動座標系は以下のように定義される。

3次元空間に物体が存在し、点 $P(X, Y, Z)$ が物体上の点であるとする。ここで、点 $P$ における物体の接平面を $\Gamma$ で表し、この点における法線ベクトル(単位ベクトル)を $\mathbf{n}$ で示す。このとき、点 $P(X, Y, Z)$ に対し、直交座標系 $abc$ (左手系)を、以下に定義する単位ベクトル $\mathbf{e}_a$ ,  $\mathbf{e}_b$ ,  $\mathbf{e}_c$ を用いて定める。

まず、 $\mathbf{e}_c$ を $xyz$ 座標系(左手系)の原点 $O$ と点 $P$ を結ぶ直線(視線)上の単位ベクトルとする。即ち、点 $P$ が式(2.1)で表されるとき、 $\mathbf{e}_c$ を $xyz$ 座標で表すと次式のようなになる。

$$\mathbf{e}_c = (\cos \phi \sin \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \theta) \quad (3.1)$$



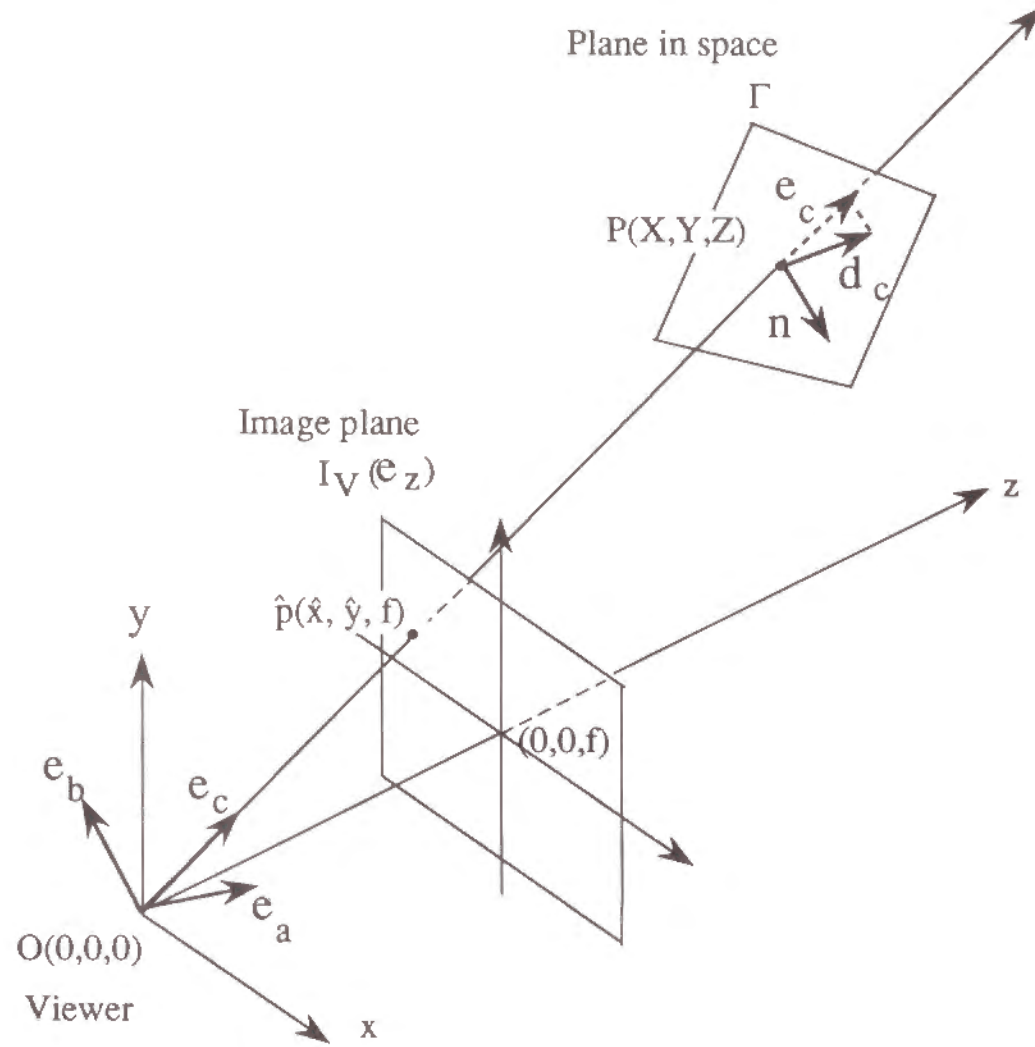


図3.2 第一透視動座標系の定義

次に、 $e_c$  を平面  $\Gamma$  に正射影することによりベクトル  $d_c$  を作成し、 $e_c$  と  $d_c$  により張られる平面の単位法線ベクトルとして  $e_b$  を定義する (図3.2)。なお、本論文内ではベクトル積は全て左手系で定義されるものとする。

$$e_b = U(e_c \times d_c) \quad (3.2)$$

$$\text{但し } d_c = e_c - (n \cdot e_c)n \quad (3.3)$$

最後に、 $e_a$  を  $abc$  軸が左手系を形成する ( $e_c = e_a \times e_b$ ) ように次式で定義することにより、第一透視動座標系 ( $abc$  座標系) を定義できる (図3.2)。

$$e_a = e_b \times e_c \quad (3.4)$$

なお、 $n = \pm e_c$  のとき、 $d_c = 0$  となるため、式 (3.2) で  $e_b$  を定義できなくなる。この場合、 $e_c$  と直交する任意の単位ベクトルを  $e_b$  とすることにより第一透視動座標系を生成できる。

一方、 $n \cdot e_c = 0$  の場合にも  $d_c = e_c$  となるため、この場合にもまた、式 (3.2) により  $e_b$  を定義することができなくなる。しかし、この状態は平面  $\Gamma$  が  $e_c$  を含む場合に相当し、視点の移動なしに  $\Gamma$  面を観測することが不可能であることを意味する。即ち、中心投影の逆問題を解く必要が生じず、この場合については第一透視動座標系を定義できなくても問題はない。従って、意味のある全ての配置に対し、第一透視動座標系を定義することができる。

なお、以下では  $xyz$  座標系と  $abc$  座標系を区別するため、 $xyz$  座標系での成分表示を  $(\dots)$  で、 $abc$  座標系 (第一透視動座標系) での成分表示を  $\langle \dots \rangle$  でそれぞれ表すことにする。

### 3.2.2 仮想画像面

$e_c$  が与えられたとき、点  $(0,0,f)$  を通る  $ab$  平面を  $I_V(e_c)$  で示し、これを ( $e_c$  に関する) 仮想画像面 (Virtual Image Plane) と呼ぶ。なお、この記法を用いると、実画像面は  $I_V(e_z)$  と表される。

仮想画像面  $I_V(e_c)$  は、カメラを原点  $O$  を中心にして回転し、視軸を  $OP$  と一致させたときに得られる実画像面と一致する。従って、 $I_V(e_c)$  上の像は、実画像をガウス球面に投影し、続いてこれを  $I_V(e_c)$  に投影することにより得られる。これは、Kanatani[42] の示した変換式を用いることにより、画素・線分・角度を実画像上で計測するだけで、仮想画像面上での像を簡単に得ることができる。以下に、画素の写像について具体的な式を示しておく。

$xyz$  系から  $abc$  系への座標変換は次の直交行列で表せる。

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{21} & R_{31} \\ R_{12} & R_{22} & R_{32} \\ R_{13} & R_{23} & R_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_x \cdot e_a & e_y \cdot e_a & e_z \cdot e_a \\ e_x \cdot e_b & e_y \cdot e_b & e_z \cdot e_b \\ e_x \cdot e_c & e_y \cdot e_c & e_z \cdot e_c \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

このとき、実画像面  $I_V(e_z)$  上の点  $\hat{p}(\hat{x}, \hat{y}, f)$  は、仮想画像面  $I_V(e_c)$  上の点  $p(a, b, f)$  に次式に従って写像される。

$$\begin{aligned} a &= f \frac{R_{11}\hat{x} + R_{21}\hat{y} + R_{31}f}{R_{13}\hat{x} + R_{23}\hat{y} + R_{33}f} \\ b &= f \frac{R_{12}\hat{x} + R_{22}\hat{y} + R_{32}f}{R_{13}\hat{x} + R_{23}\hat{y} + R_{33}f} \end{aligned} \quad (3.6)$$

簡単のため、本章では、以下、特に断わらない限り  $I_V(e_c)$  上で議論を行うものとする。即ち、前もって  $I_V(e_z)$  から  $I_V(e_c)$  への変換が行われているものとする。第一透視動座標系は仮想画像面  $I_V(e_c)$  上での議論を行うのに有効な座標系である。第一透視動座標系を用いることにより、接平面  $\Gamma$  上で点  $P$  を頂点とする角度とその仮想画像面上での見え方が非常に簡単な方程式で表せる。

### 3.2.3 第一透視動座標系の第二の定義

$d_c$  の  $I_V(e_c)$  上での見え方  $g_c$  は、次式で示される。

$$g_c = \frac{f}{r_c} (d_c - (d_c \cdot e_c)e_c) \quad (3.7)$$

$$\text{但し } r_c = r + d_c \cdot e_c$$



なお、 $r$  は原点  $O$  から点  $P$  までの距離を示す (図 3.3)。

式 (3.2) を式 (3.4) に代入し、式 (3.7) を用いて変形することにより  $e_a$  の第二の定義式が得られる。

$$\begin{aligned} e_a &= U(e_c \times d_c) \times e_c = U((e_c \times d_c) \times e_c) = U(d_c - (d_c \cdot e_c)e_c) \\ &= U(g_c) \end{aligned} \quad (3.8)$$

この式は  $e_a$  と  $g_c$  が常に同じ向きであることを示す。なお、このとき  $e_b$  は次式で与えられる。

$$e_b = e_c \times e_a \quad (3.9)$$

即ち、式 (3.2) ~ (3.4) の代りに式 (3.7) ~ (3.9) を第一透視動座標系の定義式として用いることができる。

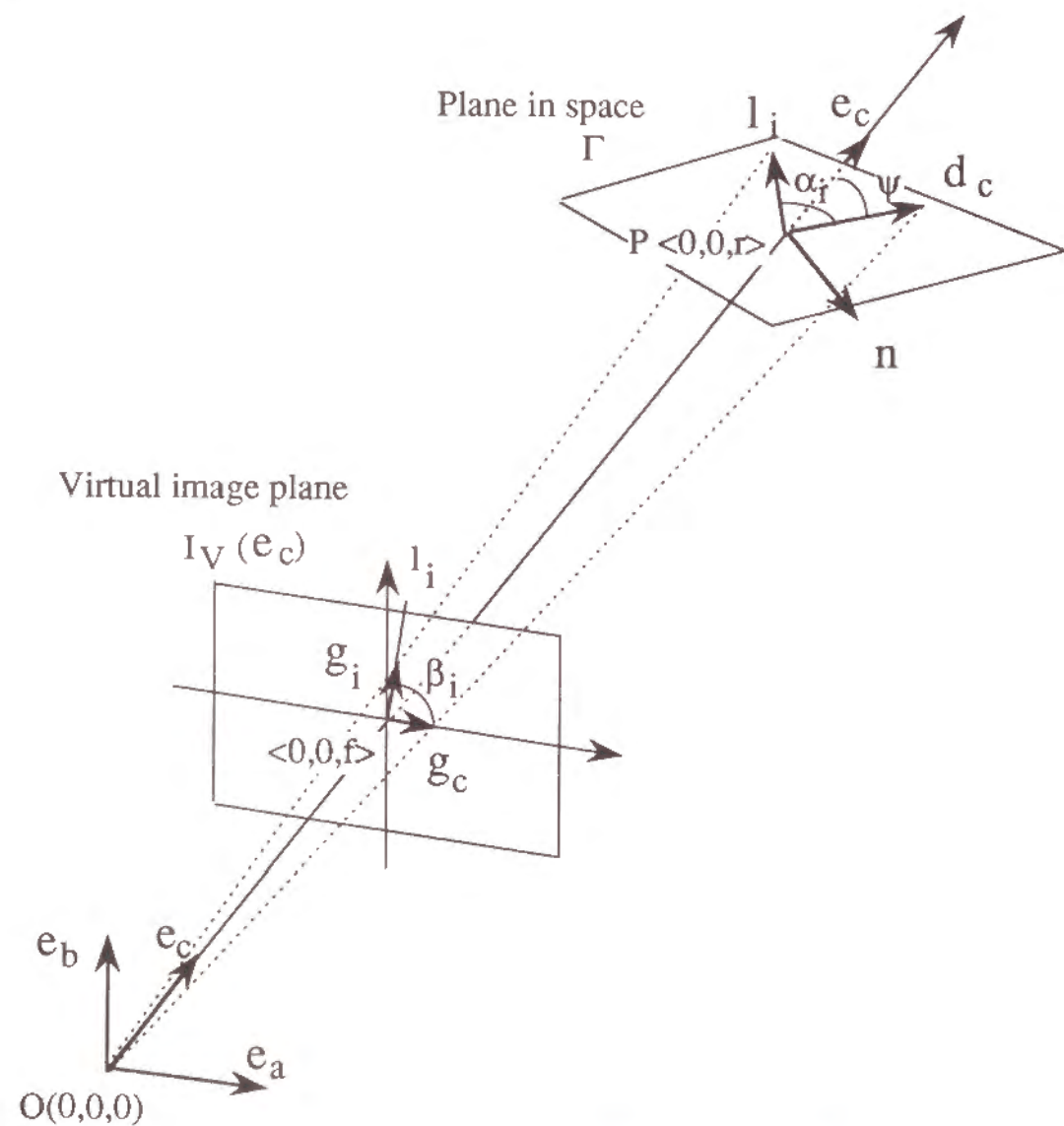


図 3.3 第一透視動座標系の第二の定義

いま、 $ac$  平面上でベクトルの関係を整理すると図 3.4 のようになる。法線ベクトルとしてこちら向き ( $n \cdot e_c < 0$ ) のベクトルをとった場合を実線で、あちら向き ( $n \cdot e_c > 0$ ) のベクトルをとった場合を一点鎖線でそれぞれ示す。ここで、法線ベクトルとしてどちら向きのベクトルを採用しても  $d_c$  は不変であり、第一透視動座標系は変化しない。従って、第一透視動座標系は平面  $\Gamma$  と視線  $e_c$  によるみ依存することが判る。

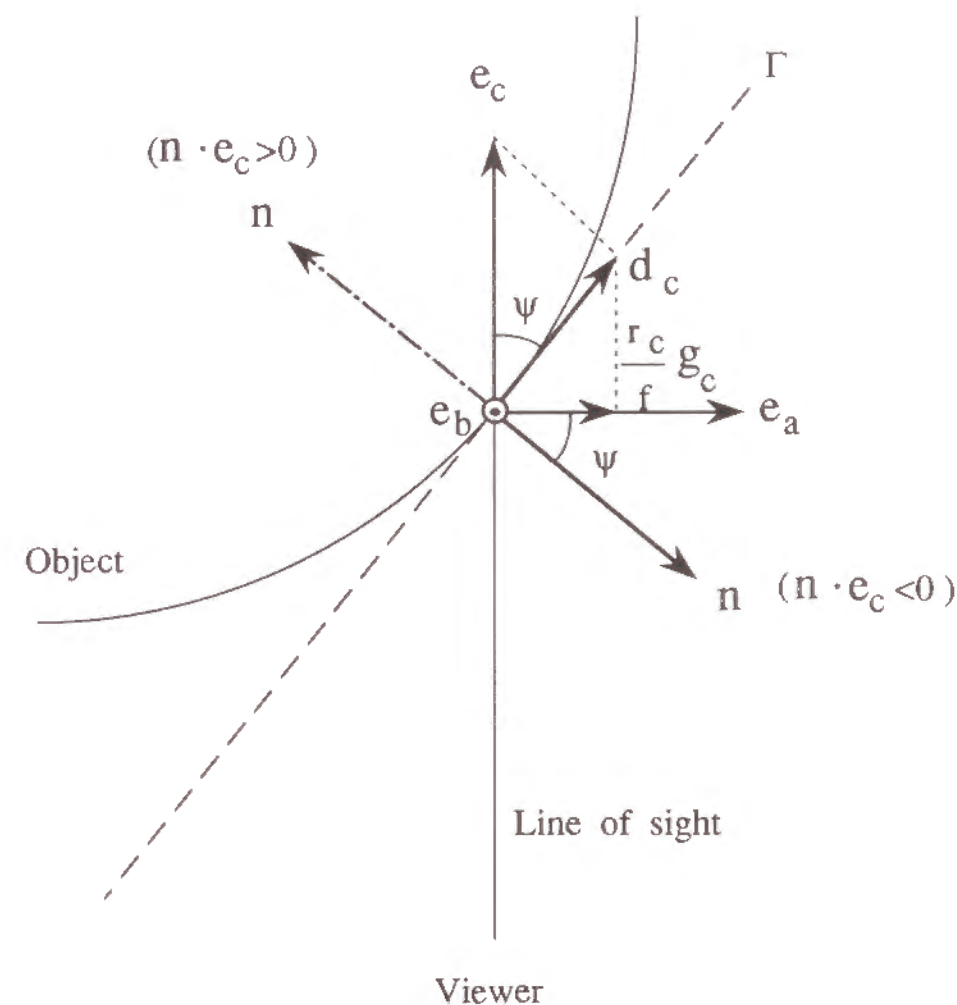


図 3.4  $ac$  平面上でのベクトルの関係

#### 3.2.4 透視角度変換の基本形

第一透視動座標系は仮想画像面  $I_V(e_c)$  上での議論を行うのに有効な座標系である。即ち、第一透視動座標系を用いることにより、接平面  $\Gamma$  上で点  $P$  を頂点とする角度とその仮想画像面上での見え方が非常に簡単な方程式で表せる。

### 定理 1 透視角度変換の基本形

平面  $\Gamma$  (あるいは  $d_c$ ) と  $e_c$  のなす角度を  $\psi$  ( $d_c$  の定義より、 $0 \leq \psi \leq \pi/2$ ) とする。平面  $\Gamma$  上に点  $P$  を始点とし、 $d_c$  と反時計回りに角度  $\alpha_i$  をなす半直線  $L_i$  を考え、 $L_i$  上の単位ベクトルを  $\mathbf{l}_i$ 、 $L_i$  の仮想画像面  $I_V(e_c)$  への中心投影像を  $\mathbf{g}_i$  とする。また、 $\mathbf{l}_i$  が  $a$  軸から反時計回りで角度  $\beta_i$  に位置するとする (図 3.3)。このとき、3つの角度  $\alpha_i, \beta_i, \psi$  の間には次の関係式が成立する。

$$\tan \beta_i = \frac{\tan \alpha_i}{\sin \psi} \quad (3.10)$$

(証明)

$e_b$  の定義より  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_b = 0$  であるから、法線ベクトル  $\mathbf{n}$  は  $ac$  平面内に存在することが判る。ここで、 $\mathbf{n}$  をこちら向き ( $\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_c < 0$ ) にとることにより、 $\mathbf{n}$  の第一透視動座標系での表示は次のようになる。

$$\mathbf{n} = \langle \sin(\frac{\pi}{2} + \psi), 0, \cos(\frac{\pi}{2} + \psi) \rangle = \langle \cos \psi, 0, -\sin \psi \rangle \quad (3.11)$$

このとき、 $\mathbf{l}_i$  は次式で表される。

$$\mathbf{l}_i = \langle \cos \alpha_i \sin \psi, \sin \alpha_i, \cos \alpha_i \cos \psi \rangle \quad (3.12)$$

ここで、 $\mathbf{l}_i$  の  $I_V(e_c)$  への中心投影像を  $\mathbf{g}_i$  で示すと、

$$\mathbf{g}_i = \frac{f}{r_i} (\mathbf{l}_i - (\mathbf{l}_i \cdot \mathbf{e}_c) \mathbf{e}_c) = \langle \frac{f \cos \alpha_i \sin \psi}{r_i}, \frac{f \sin \alpha_i}{r_i}, 0 \rangle \quad (3.13)$$

$$\text{但し } r_i = r + \mathbf{l}_i \cdot \mathbf{e}_c$$

である。 $\tan \beta_i$  は  $\mathbf{g}_i$  の  $a, b$  成分を用いて、次式で表される。

$$\tan \beta_i = \frac{\mathbf{g}_i \cdot \mathbf{e}_b}{\mathbf{g}_i \cdot \mathbf{e}_a} \quad (3.14)$$

これから、式 (3.10) を得る。

(証明終り)

式 (3.10) を透視角度変換の基本形 (Primary Form of Perspective Angle Transform, or Primary PAT Form) と呼ぶ。ここで、透視角度変換は実画像上で測定される角度に対してではなく、仮想画像面  $I_V(e_c)$  上で測定される角度に対して成立する関係である。また、法線ベクトルとしてどちら向きのベクトルを採用しても、第一透視動座標系および透視角度変換には影響が及ばないことが重要である。

### 3.2.5 第一透視動座標系の決定

透視角度変換基本形は非常に簡明な式であり、これにより中心投影法に伴うさまざまな関係式を導くことができる。しかし、この方程式には使用上の前提条件がある。即ち、第一透視動座標系が既知でなければならない。これは、角度  $\beta_i$  を計測するための始線、即ち  $\mathbf{g}_c$  が既知でなければならない (図 3.3) ことを意味する。実用上、これが基本形使用のための最大の問題となる。

透視角度変換基本形の第一の適用領域として、法線ベクトルが既知の場合の解析が挙げられる。何らかの理由で法線ベクトルが既知の場合、3.2.1 節の定義式をそのまま適用できる。即ち、視線  $\mathbf{e}_c$  (式 (3.1)) と法線ベクトル  $\mathbf{n}$  が既知であるから、式 (3.1) ~ 式 (3.4) により第一透視動座標系が求まる。これにより透視角度変換基本形 (式 (3.10)) を適用することができ、直線の見え方から平面  $\Gamma$  上でのその配置を一意的に決定できる。これは、3次元モデルに基づく画像解析において強力なツールになる。

一方、他の情報から第一透視動座標系を容易に決定できる場合もある。例えば、法線の像からの第一透視動座標系の決定がこの代表例であり、次に示す定理 2 が成立する。

#### 定理 2 法線の像からの第一透視動座標系の決定

平面  $\Gamma$  上の点  $P$  を始点とする法線が観測される場合、この点に関する第一透視動座標系を二義的に決定することができる。

(証明)

着目する平面  $\Gamma$  上の点  $P$  における法線ベクトルを  $\mathbf{n}$  とする。このとき、仮想画像面  $I_V(e_c)$  に得られる  $\mathbf{n}$  の中心投影像を  $\mathbf{g}_n$  とすると、2つのベクトルは次式で関係付けられる。

$$\mathbf{g}_n = \frac{f}{r_n} (\mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_c) \mathbf{e}_c) \quad (3.15)$$

$$\text{但し } r_n = r + \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_c \quad (3.16)$$

一方、視線方向の単位ベクトル  $\mathbf{e}_c$  の平面  $\Gamma$  上への正射影  $\mathbf{d}_c$  (式 (3.3)) の  $I_V(e_c)$  上の像  $\mathbf{g}_c$  は式 (3.7) で表される。式 (3.3) および (3.15) を用いて式 (3.7) を変形することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_c &= \frac{f}{r_c} ((\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_c)^2 \mathbf{e}_c - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_c) \mathbf{n}) \\ &= -\frac{f}{r_c} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_c) (\mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_c) \mathbf{e}_c) \\ &= -\frac{f}{r_c} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_c) \frac{r_n}{f} \mathbf{g}_n \\ &= -\frac{r_n}{r_c} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_c) \mathbf{g}_n \end{aligned} \quad (3.17)$$

ここで、式 (3.17) において  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_c$  の符号は画像からは決定できないから、 $\mathbf{g}_c$  を一意的に求めることはできない。即ち、 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_c$  の正負を不明として扱わなければならない。



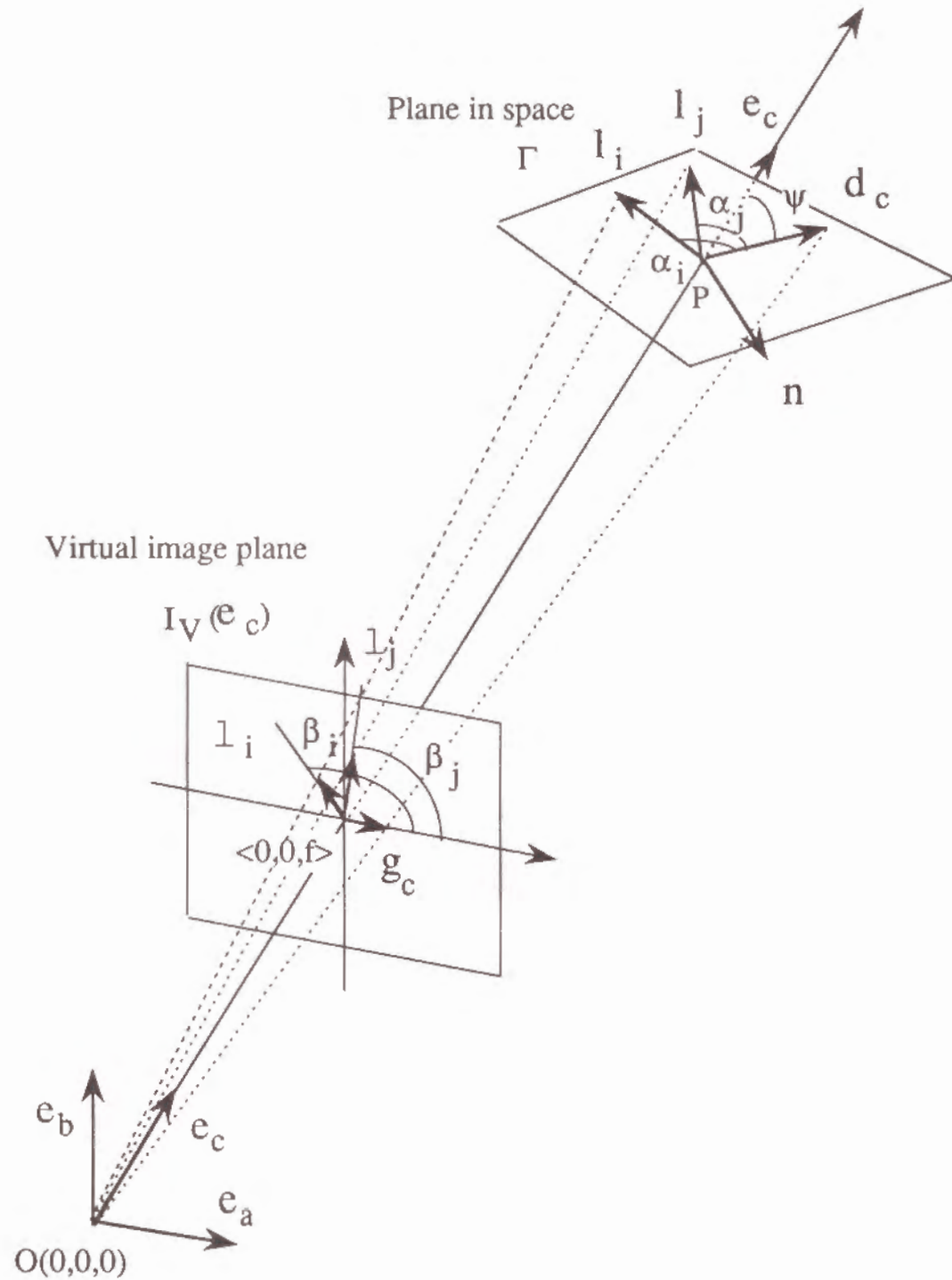


図3.5 見かけの角度と実際の角度の関係

式(3.17)を式(3.8)に代入することにより、 $e_a$ を次のように二義的に求めることができる。即ち、第一透視動座標系を二義的に決定できる。

$$e_a = U(g_c) = \pm U(g_n) \quad (3.18)$$

(証明終り)

即ち、 $n$ が未知であっても、その中心投影像 $g_n$ を観測できれば第一透視動座標系および透視角度変換基本形を利用できる。第一透視動座標系が定まると、これと $xyz$ 座標系の関係は式(3.5)で示した行列 $R$ で与えられる。また、2つの第一透視動座標系におけるこちら向き( $n \cdot e_c < 0$ )の法線ベクトル $n$ は式(3.11)で示される。任意のベクトル $l_i$ は、 $I_V(e_c)$ 上で $a$ 軸となす角度 $\beta_i$ を観測することにより、未知数 $\psi$ を用いて式(3.12)で表される。

### 3.2.6 見かけの角度と実際の角度の関係

透視角度変換の基本形を三角関数の和の公式を用いて変形することにより、平面上の任意の二直線のなす実際の角度と見かけの角度との関係が導き出せる。即ち、平面 $\Gamma$ 上で半直線 $L_i$ と $L_j$ ( $i \neq j$ )がなす実際の角度を $\Delta\alpha_{ij} (= \alpha_i - \alpha_j)$ 、仮想画像面 $I_V(e_c)$ 上での見かけの角度を $\Delta\beta_{ij} (= \beta_i - \beta_j)$ 、 $\Gamma$ と $e_c$ がなす角度を $\psi$ とすると次式が成立する(図3.5)。

$$\Delta\alpha_{ij} = \tan^{-1} \frac{\sin \psi (\tan \beta_i - \tan \beta_j)}{1 + \sin^2 \psi \tan \beta_i \tan \beta_j} \quad (3.19)$$

$$\Delta\beta_{ij} = \tan^{-1} \frac{\sin \psi (\tan \alpha_i - \tan \alpha_j)}{\sin^2 \psi + \tan \alpha_i \tan \alpha_j} \quad (3.20)$$

これらの式は、三角関数の和の公式を経ているため、もとの式に比較するとかなり複雑になっているが、これらを利用した3次元情報の復元はいろいろ考えられる。例えば、式(3.19)を用いることにより、中心投影像から平面 $\Gamma$ 上の角度を推定することができる。一方、式(3.19)および(3.20)はともに、2つの角度 $\Delta\alpha_{ij}$ と $\Delta\beta_{ij}$ の陽な関係を示すものではないという欠点を持つ。2つの角度の陽な関係は3.4節で導出する。

### 3.3 透視角度変換の基本形による三次元情報抽出例

三面頂点とは、3平面が空間の1点で交わることにより生成される頂点のことである。三面頂点は、それぞれ2平面の交線として定義される3本の稜線(半直線)で完全に記述できる。いま、これを $L_i$ ( $i = 1, 2, 3$ )で示し、それぞれに対応する単位ベクトルを $l_i$ で示す。

また、 $l_i$ と $l_j$ がなす角度を $\Delta\alpha_{ij}$ で示す。即ち、次の関係(式(3.21))が成立するものとする。

$$\begin{aligned} l_1 \cdot l_2 &= \cos \Delta\alpha_{12} \\ l_2 \cdot l_3 &= \cos \Delta\alpha_{23} \\ l_3 \cdot l_1 &= \cos \Delta\alpha_{31} \end{aligned} \quad (3.21)$$



さらに、 $l_i$  と  $l_j$  により張られる平面を  $\Gamma_{ij}$  で示し、その法線ベクトルを  $n_{ij}$  で表すことにする。このとき、三面頂点解釈問題は次のように定義される。

図 3.6 のように、中心投影法により得られた画像内に三線分  $\hat{l}_i (i = 1, 2, 3)$  が共通の交点  $\hat{p}$  を持つ場合を考える。ここで、 $\Delta\alpha_{ij}$  が既知であり、 $\hat{l}_i$  が  $L_i$  の像であるという仮定のもとで、上式で定義される三面頂点の配置 (平面  $\Gamma_{ij}$  の法線ベクトル  $n_{ij}$ 、あるいは稜線  $L_i$  の方向ベクトル  $l_i$ ) を復元する問題を三面頂点解釈問題と呼ぶ。

本節では、三面頂点解釈問題の重要なサブクラスとして次の 2 つを取り上げる。

- (1) 三直交頂点:  $\Delta\alpha_{ij} = \pi/2$
- (2) 二直交頂点:  $\Delta\alpha_{12} = \Delta\alpha_{31} = \pi/2$

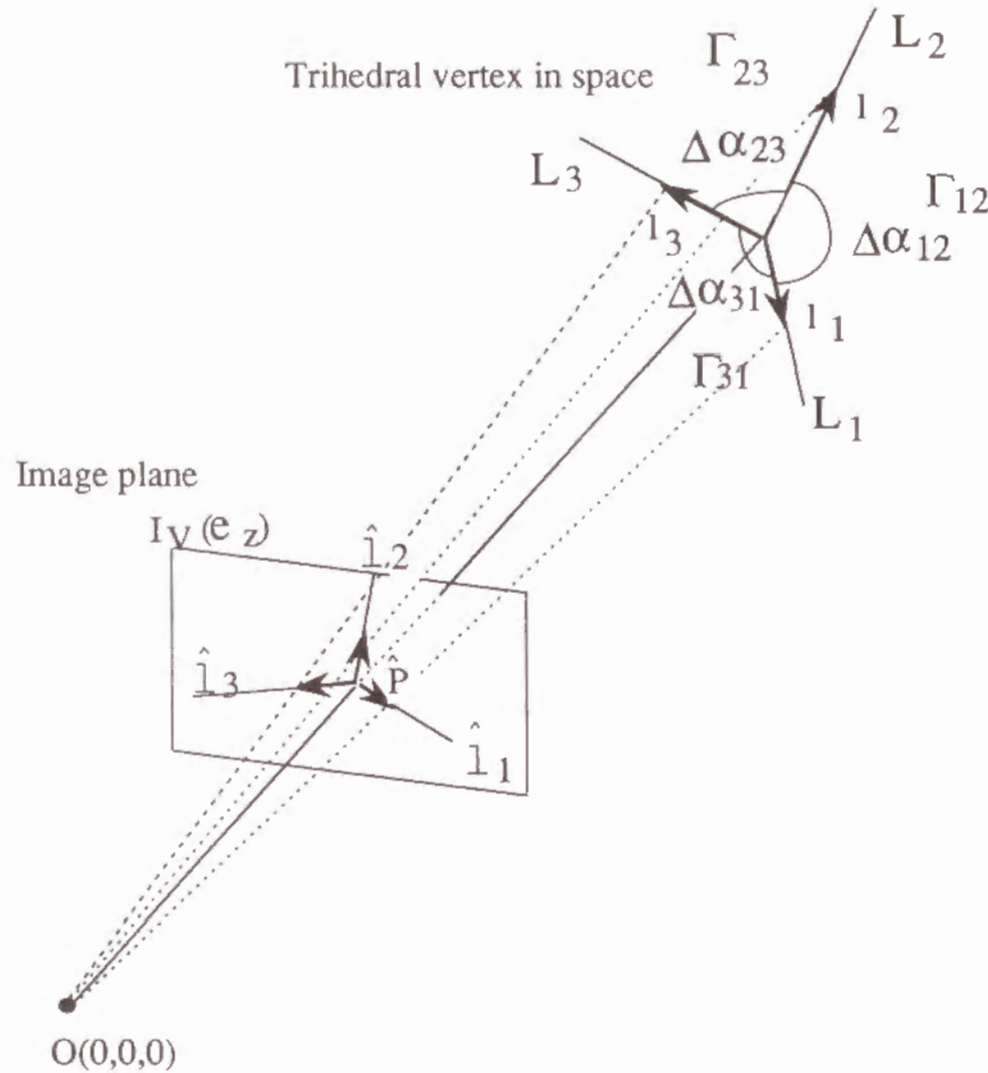


図 3.6 三面頂点解釈問題の定義

### 3.3.1 三直交三面頂点の解釈

三直交頂点の解釈に関しては、従来からさまざまな視点から検討が加えられている (Perkins [26], Kanade [15], Kanatani[27])。一方、透視角度変換基本形を用いると以下の結果が得られる。

#### (1) 代数解

三直交頂点では、3つの面の法線像を同時に観測できる。ここで、3つの法線像のうち任意の1つを対象として選択することにより、定理 2 から、第一透視動座標系を二義的に決定できる。従って、透視角度変換基本形を用いて、解析解 (代数解) を求めることができる。以下では、面  $\Gamma_{23}$  に着目して議論を進める。また、実際には  $\Delta\beta_{23}$  は  $0 \leq \Delta\beta_{23} \leq \pi$  の範囲の値を取りうるが、ここでは  $0 < \Delta\beta_{23} < \pi$  である場合を対象とする。これは、 $\Delta\beta_{23} = 0$  あるいは  $\Delta\beta_{23} = \pi$  の場合  $\Delta\beta_{23}$  を含む平面  $\Gamma_{23}$  が画像上で直線として観測され、 $\Delta\beta_{23}$  の  $\Gamma_{23}$  での回転に関する情報が無くなり、解の自由度が 1 になるためである。

このとき  $\beta_2$  および  $\beta_3$  に関する透視角度変換基本形 (式 (3.10)) と  $\Delta\alpha_{23} = \pi/2$  から  $\Gamma_{23}$  と  $e_c$  のなす角度  $\psi_{23}$  は次式で表される†。

$$\psi_{23} = \pm \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{-\tan \beta_2 \tan \beta_3}}$$

ところで、2つの解のうち、 $0 \leq \psi_{23} \leq \pi/2$  を満たすのは、複号が+の場合のみであることから、 $\psi_{23}$  は次式で一意的に決定できる。

$$\psi_{23} = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{-\tan \beta_2 \tan \beta_3}} \quad (3.22)$$

このとき、 $\psi_{23}$  と  $\beta_2$  および  $\beta_3$  から、次のように三直交頂点の解釈が求まる。

$$\begin{aligned} l_1 &= \langle \cos \psi_{23}, 0, -\sin \psi_{23} \rangle \\ l_2 &= \langle \cos \alpha_2 \sin \psi_{23}, \sin \alpha_2, \cos \alpha_2 \cos \psi_{23} \rangle \\ l_3 &= \langle \cos \alpha_3 \sin \psi_{23}, \sin \alpha_3, \cos \alpha_3 \cos \psi_{23} \rangle \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\text{但し} \quad \tan \alpha_i = \tan \beta_i \sin \psi_{23}$$

† 例外として、 $\Delta\beta_{23} = \pi/2$  かつ、 $\beta_3 = n\pi/2$  のとき、 $-\tan \beta_2 \tan \beta_3$  は不定となり、従って  $\psi_{23}$  もまた不定となる。即ち、このとき三直交頂点解釈は定まらず、 $\psi_{23}$  は  $0 \leq \psi_{23} \leq \pi/2$  の範囲内で自由な値を取りうる。これは、次節で導入する PAT 曲線が  $t = \pm s$  となる場合にあたり、2つの角度  $\Delta\beta_{12}$  および  $\Delta\beta_{31}$  のうちいずれか一方が 0 あるいは  $\pi$  である場合に相当する。従って、議論の対称性を利用することによりこのような状況を事前に検出または排除することが可能である。

## (2) 三線接続点の三直交解釈可能性判定

前節の議論は、与えられた三線接続点を三直交頂点として解釈するための手続きを示す。しかし、三線接続点の中には、図3.7(但し、各頂点に関する仮想画像面を示す)のように三直交頂点としては解釈できないようなものがある。即ち、定量的解釈とは別に定性的に解釈可能性を判定することが必要な場合がある。この問題に関しては、Perkins[26], Kanatani[27]などが判定式を示しているが、前節の議論を直接利用することも可能である。

即ち、式(3.22)において $\psi_{23}$ が実根を持つ条件は、

$$-\tan \beta_2 \tan \beta_3 \geq 1 \quad (3.24)$$

であり、この関係を直交解釈可能性の判定式として利用することができる。



図3.7 三直交解釈できない三線接続点

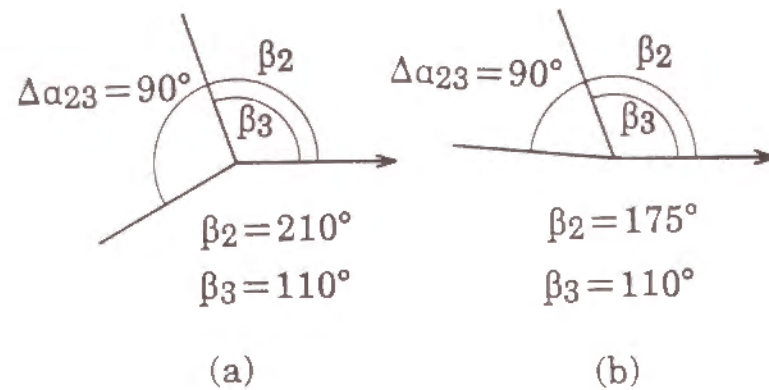


図3.8 三直交解釈の例題

## (3) 例題

上記の議論を実際の例に適用し、3次元配置を復元すると以下ようになる。例としては、図3.8の2個の三線接続点を考える。図は三線接続点における仮想画像面 $I_V(e_c)$ を示し、それぞれ注目

する法線の像に矢印を付した。ここで、定理2から法線の像から決まる2つの第一透視動座標系のうち一方の $\alpha$ 軸はこの矢印と一致する。 $\beta_2, \beta_3$ および $\Delta\alpha_{23}$ の値を図に付記した。なお、ここでは、図3.8を出発点として、 $\psi_{23}$ の値を求めるまでを取り扱うが、実際の画像への適用に当たっては、これに先立って、実画像 $I_V(e_x)$ から仮想画像 $I_V(e_c)$ への変換が必要である。図3.8の2例に対し式(3.22)を適用した解を表3-1に示す。

表3-1. 三面頂点解釈の例

	$-\tan \beta_2 \tan \beta_3$	$\psi_{23}$
Fig.3.8(a)	1.58626	52.56 deg
Fig.3.8(b)	-0.24037	—

(a)は解釈可能な例に、(b)は解釈不可能な例に対応する。ここで、(b)の解釈不可能性は、式(3.24)によって検出可能である。

## 3.3.2 二直交三面頂点の解釈

### (1) 代数解

二直交頂点( $\Delta\alpha_{12} = \Delta\alpha_{31} = \pi/2$ とする)では、1つの面の法線像が観測可能であり、定理2から第一透視動座標系を二義的に決定できる。従って、三直交頂点の場合と同様にして定量的解釈のための解析解(代数解)を求めることができる。三直交頂点の場合と同様に、実際には $\Delta\beta_{23}$ は $0 \leq \Delta\beta_{23} \leq \pi$ の範囲の値を取りうるが、ここでは $0 < \Delta\beta_{23} < \pi$ である場合を対象とする。なお、 $\Delta\beta_{23} = 0$ あるいは $\Delta\beta_{23} = \pi$ の場合には解は自由度1を持つ。

この時、角度 $\Delta\alpha_{23}(=\alpha_2 - \alpha_3)$ が既知の場合、 $\beta_2, \beta_3$ を計測することにより、式(3.19)を解いて $\psi_{23}$ を求めることができる。

$$\psi_{23} = \sin^{-1} \nu_0 \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \text{但し } \nu_0 &= \frac{-\nu_2 \pm \sqrt{\nu_2^2 - 4\nu_1\nu_3}}{2\nu_1} \\ \nu_1 &= \tan \beta_2 \tan \beta_3 \tan \Delta\alpha_{23} \\ \nu_2 &= \tan \beta_3 - \tan \beta_2 \\ \nu_3 &= \tan \Delta\alpha_{23} \end{aligned} \quad (3.26)$$

ここで、 $\psi_{23}$ の定義から、 $0 \leq \psi_{23} \leq \pi/2$ でなければならないから、式(3.26)により与えられる2つの $\nu_0$ のうち、次の条件を満たすもののみが解となる†。

$$0 \leq \nu_0 \leq 1 \quad (3.27)$$

† この条件は $\nu_2^2 - 4\nu_1\nu_3 \geq 0$ の条件を包含している。



式(3.25)で与えられる $\psi_{23}$ と $\beta_2$ および $\beta_3$ から、三直交頂点の場合と同様に三面頂点の解釈が求まる。

$$\begin{aligned} l_1 &= \langle \cos \psi_{23}, 0, -\sin \psi_{23} \rangle \\ l_2 &= \langle \cos \alpha_2 \sin \psi_{23}, \sin \alpha_2, \cos \alpha_2 \cos \psi_{23} \rangle \\ l_3 &= \langle \cos \alpha_3 \sin \psi_{23}, \sin \alpha_3, \cos \alpha_3 \cos \psi_{23} \rangle \end{aligned} \quad (3.28)$$

但し  $\tan \alpha_i = \tan \beta_i \sin \psi_{23}$

## (2) 解釈可能性および解の二義性の判定法

式(3.27)は個々の三線接続点に対する解釈可能性の判定条件を示す。これにより、与えられた像の解釈可能性および解の二義性を判定できる。また、これを分析することにより、解釈可能性および解の多義性に関して次の知見が得られる。

- (i) 式(3.26)から、解釈数の最大値は2、最小値は0であることが判る。
- (ii) 解が1個である場合、複号が+である場合のみが解であり、-の方が解になることはありえない。

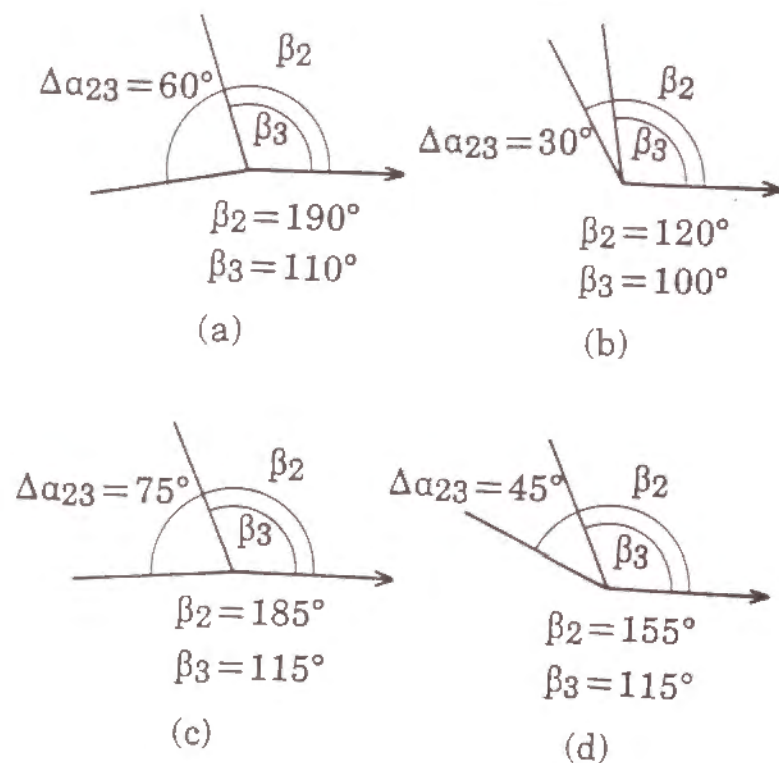


図3.9 二直交解釈の例題

## (3) 例題

上記の議論を実際の例に適用し、3次元配置を復元すると以下ようになる。例としては、図3.9の4個の三線接続点を考える。3.3.1節と同様に、図は全て三線接続点に対応する仮想画像面を示し、それぞれ注目する法線の像に矢印を付すものとする。ここで、法線の像から決まる2つの第一透視動座標系のうち一方の $a$ 軸はこの矢印と一致する。 $\beta_2, \beta_3$ および $\Delta\alpha_{23}$ の値を図に併記する。これらに対し、式(3.26)、(3.25)を適用し求めた解を表3-2に示す。

(a)は第一透視動座標系を固定したとき、 $\psi_{23}$ が一意的に決まる例である。一方、(b)は $\psi_{23}$ が二義的に決まる例を示す。鏡像関係にある第一透視動座標系でも同じことが言えるので、結局、法線ベクトルは(a)で二義的に、(b)で四義的に求まる。(c)および(d)は解が存在しない場合を示す。ここで、(c)では $v_0$ が実数値であるのに対し、(d)では複素数値となる(これは $v_2^2 - 4v_1v_3 < 0$ である場合に生じる)が、判定式(式(3.27))により何れも解釈不能性が検出される。

表3-2.  $\Delta\alpha_{23} \neq \pi/2$ の解釈例

	$\sin \psi_{23}$	$\psi_{23}$
Fig.3.9(a)	-4.0004 0.5160	— 31.06 deg
Fig.3.9(b)	0.2101 0.4844	12.13 deg 28.98 deg
Fig.3.9(c)	1.2116 -4.3992	— —
Fig.3.9(d)	$0.8391 \pm 0.5440j$	—

## 3.4 第二透視動座標系と透視角度変換の一般形

### 3.4.1 透視角度変換基本形の限界と一般形の必要性

透視角度変換の基本形は非常に単純な式であり、現象を原理的に説明しているという長所をもつ反面、第一透視動座標系が既知でなければ使用できないという実用上の問題点を持つ。3.2.5節では、平面 $\Gamma$ の法線ベクトルの像が既知のとき第一透視動座標系が二義的に定まり、基本形を使用できることを示した。しかし、より広い範囲への透視角度変換の適用を考えると、この条件はなお厳しすぎる。そこで、本節ではこの条件を取り除いた形(一般形と呼ぶ)を導出し、透視角度変換の適用範囲拡大を計る。即ち、ここでは既知の角度 $\Delta\alpha$ が仮想画像面上の角度 $\Delta\beta$ として観測されるときに法線ベクトルに加わる拘束を求める。

ところで、 $\Delta\alpha = \pi/2$ の場合については、直交投影のもとでこれに相当する議論が既に行われている。Kanade[15]の斜め対称性の議論がこれに当たる。即ち、Kanadeは折り紙ワールドの定量的解析のため、直交投影条件のもとで、平面上の軸対称性見え方からその平面の勾配に加わる拘束を求めている。これは、直接的には対称性を取り扱っているものの、本質的には平面上の直交する2軸の





$$\tan \Delta\alpha(s^2 + t^2 + \frac{s^2 - t^2}{\cos \Delta\beta} + 2f^2) = 2f\sqrt{s^2 + t^2 + f^2} \tan \Delta\beta \quad (3.33)$$

(証明)

式 (3.19) を変形していく。

$$\begin{aligned} \tan \Delta\alpha &= \frac{\sin \psi (\tan \beta_1 - \tan \beta_2)}{1 + \sin^2 \psi \tan \beta_1 \tan \beta_2} \\ &= \frac{\sin \psi (\cos \beta_2 \sin \beta_1 - \cos \beta_1 \sin \beta_2)}{\cos \beta_1 \cos \beta_2 + \sin^2 \psi \sin \beta_1 \sin \beta_2} \\ &= \frac{2 \sin \psi \sin \Delta\beta}{(\cos 2\eta + \cos \Delta\beta) - \sin^2 \psi (\cos 2\eta - \cos \Delta\beta)} \\ &= \frac{2 \sin \psi \tan \Delta\beta}{1 + \sin^2 \psi + \frac{\cos 2\eta \cos^2 \psi}{\cos \Delta\beta}} \end{aligned}$$

式 (3.30) を代入して整理することにより、式 (3.32) を得る。また、式 (3.32) に式 (3.31) を適用することにより式 (3.33) を得る。

(証明終り)

式 (3.32) あるいは (3.33) を透視角度変換の一般形 (General Form of Perspective Angle Transform, or General PAT Form) と呼ぶ。また、仮想画像面  $I_V(e_c)$  上で式 (3.32) および (3.33) が表す曲線を PAT 曲線 (Curve of Perspective Angle Transform, or PAT Curve) と呼ぶことにする。PAT 曲線は  $\Delta\alpha$  と  $\Delta\beta$  が与えられたとき、 $\mathbf{n}$  の  $I_V(e_c)$  上での無限遠点  $v$  に対する拘束条件を示す。

$\Delta\alpha$  の補角 ( $\pi - \Delta\alpha$ ) に対応する PAT 曲線を補 PAT 曲線 (Supplemental PAT Curve) と呼ぶことにする。 $\Delta\alpha = \pi/2$  の時、PAT 曲線と補 PAT 曲線は完全一致する。ここで、PAT 曲線と補 PAT 曲線を同時に考えたとき、 $a$  に関する次の四次式 (複二次式) が得られる。

$$\tan^2 \Delta\alpha \left(1 + \frac{\cos 2\eta}{\cos \Delta\beta}\right) a^2 + 2f^2 = 4f^2(a^2 + f^2) \tan^2 \Delta\beta \quad (3.34)$$

即ち、式 (3.32) は  $a$  に関する四次式の一つの分岐であり、 $\Delta\alpha$  と  $\Delta\beta$  が既知のとき、 $\eta$  の値により  $a$  は 0 ～ 4 個の実根を持つ。また、 $\Delta\alpha = \pi/2$  のとき、式 (3.32), (3.33) はそれぞれ次のように簡略化できる†。

† 式 (3.35) と (3.36) は双曲線を表し、斜め対称性の議論に対応する。なお、式 (3.35), (3.36) は式 (3.32), (3.33) を経ないで、Kanade[15] に座標変換を施すことにより求めることもできる。

#### 定理 4 透視角度変換の一般形 (直角)

$e_c$  方向にある 3 次元空間中の直角が  $I_V(e_c)$  上の角度  $\Delta\beta$  として観測されるとき、この角度を含む平面  $\Gamma$  の法線  $\mathbf{n}$  の無限遠点  $v(s, t, c) = (a \cos \eta, a \sin \eta, f)$  は次の曲線上に拘束される。

$$\left(1 + \frac{\cos 2\eta}{\cos \Delta\beta}\right) a^2 + 2f^2 = 0 \quad (3.35)$$

また、 $st$  表示することにより、次式を得る。

$$s^2 + t^2 + \frac{s^2 - t^2}{\cos \Delta\beta} + 2f^2 = 0 \quad (3.36)$$

#### 3.4.3 PAT 曲線とその特性分析

##### (1) PAT 曲線の特性

ここでは、PAT 曲線を用いて透視角度変換の特性を分析する。まず、種々の条件を付加することにより式が簡略化され幾つかの性質が見出せる。

(i)  $\Delta\alpha = \pi/2$  のとき、式 (3.32) は式 (3.35) のように簡略化される。式 (3.35) は  $a$  に関する二次式であり、 $\eta$  の値により 0 ～ 2 個の実根を持つ。また、 $st$  座標表示により式 (3.36) を得る。

特に、 $\Delta\alpha = \Delta\beta = \pi/2$  のとき、式 (3.35) の分母を払い、 $\cos \Delta\beta = 0$  を代入することにより次式が得られる。これは、原点で直交する 2 直線を表す。

$$\eta = n\pi \pm \pi/4 \quad (3.37)$$

(ii)  $\Delta\beta = \pi/2$  のとき、PAT 曲線は次式で表される。

$$a^2 \tan \Delta\alpha \cos 2\eta = 2f\sqrt{a^2 + f^2} \quad (3.38)$$

ここで、 $\Delta\alpha \neq \pi/2$  の場合について、 $a \rightarrow \infty$  のときの状態を考察する。このとき、

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \cos 2\eta = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{2f\sqrt{a^2 + f^2}}{a^2 \tan \Delta\alpha} = 0$$

が成立するから、漸近線として

$$\eta = n\pi \pm \pi/4 \quad (3.39)$$

が導かれる。一方、 $\Delta\alpha = \pi/2$  のとき PAT 曲線は式 (3.37) で表されこの漸近線と重なる。即ち、 $\Delta\alpha$  に関係なく式 (3.39) は漸近線となる。

(iii)  $a \rightarrow \infty$  のときの PAT 曲線 (式 (3.32)) の動向を調べると次式を得る。

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{\tan \Delta\alpha (\cos \Delta\beta + \cos 2\eta)}{\cos \Delta\beta} = 0 \quad (3.40)$$

ここで、三角関数の和の公式より、

$$\cos \Delta\beta + \cos 2\eta = 2 \cos \frac{\Delta\beta + 2\eta}{2} \cos \frac{\Delta\beta - 2\eta}{2}$$

であるから、あらゆる  $\Delta\alpha (\neq \pi/2)$ ,  $\Delta\beta (\neq \pi/2)$  に対して

$$\eta = n\pi + \frac{\pi}{2} \pm \frac{\Delta\beta}{2} \quad (3.41)$$

が漸近線となることが判る。

(ii) より、 $\Delta\beta = \pi/2$  の場合には漸近線として式 (3.39) が得られ、これは式 (3.41) に含まれる。また、(i) より  $\Delta\alpha = \pi/2$  の場合にも漸近線は式 (3.41) で表される。従って、式 (3.41) は  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\beta$  の値に依存しないで常に PAT 曲線の漸近線を表す。

(iv) PAT 曲線 (式 (3.32)) に  $a = 0$  を代入すると次式が得られる。

$$(\tan \Delta\alpha - \tan \Delta\beta) f^2 = 0 \quad (3.42)$$

この式は  $\Delta\alpha = \Delta\beta$  の時にのみ  $a = 0$  が解となりうることを示す。

(v)  $\Delta\alpha = \Delta\beta$  にて PAT 曲線は次式で表される。

$$(1 + \frac{\cos 2\eta}{\cos \Delta\beta}) a^2 + 2f^2 = 2f\sqrt{a^2 + f^2} \quad (3.43)$$

これは次式のように変形できる。

$$\cos 2\eta = \frac{-\cos \Delta\beta (f - \sqrt{a^2 + f^2})^2}{a^2}$$

今、L'hospital の定理より、

$$\lim_{a \rightarrow 0} \cos 2\eta = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{-\cos \Delta\beta (f - \sqrt{a^2 + f^2})^2}{a^2} = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{-\cos \Delta\beta (f - \sqrt{a^2 + f^2})}{\sqrt{a^2 + f^2}} = 0$$

であるから

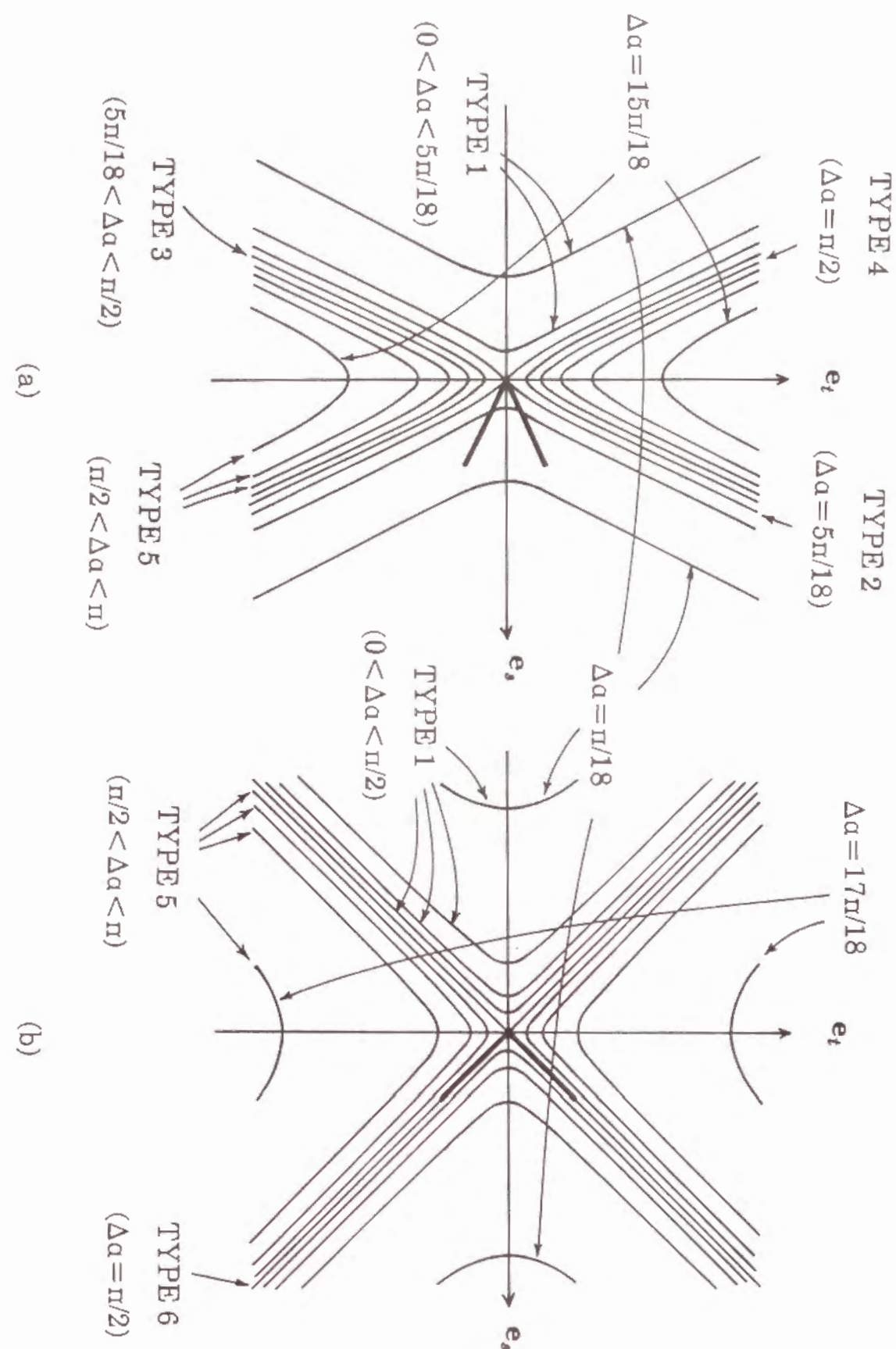
$$\lim_{a \rightarrow 0} \eta = n\pi \pm \pi/4 \quad (3.44)$$

が成り立つ。即ち、 $a \rightarrow 0$  のときの漸近線として  $\eta = n\pi \pm \pi/4$  が得られる。これは、 $\Delta\alpha = \Delta\beta$  のとき、 $\Delta\alpha$  の値に依存することなく、PAT 曲線は  $s$  軸と原点において常に  $\pm\pi/4$  の角度で交わることを示す。

## (2) PAT 曲線の分類

図 3.11 に PAT 曲線の例を示す。(a) は  $\Delta\beta$  を  $50^\circ$  とし、 $\Delta\alpha$  を  $10^\circ$  から  $20^\circ$  刻みで  $150^\circ$  まで変化させたときの PAT 曲線の変化を示す。同様に、(b) は  $\Delta\beta$  を  $90^\circ$  とし、 $\Delta\alpha$

図 3.11 PAT 曲線の例





を10度から170度まで変化させたときのPAT曲線を示す。ここで、 $st$ 座標の原点を頂点とする太線は、仮想画像面上での角度の見え方を示す。

PAT曲線は表3-3のように大きく6種類に分類できる。この分類は、曲線の次数と、極座標表示(式(3.32), (3.35))における $\eta = \text{const.}$ の直線との交点数の変化に着目したものである。ここでは、 $\Delta\beta \leq \pi/2$ の場合についてのみ分類結果を示すが、 $\Delta\beta > \pi/2$ の場合については、補角を用いて議論することにより、全ての $\Delta\beta$ を下記の場合分けでカバーできる。図3.11に、表3-3の分類を付記しておく。

表3-3 PAT曲線の分類

	$\Delta\beta < \pi/2$	$\Delta\beta = \pi/2$
$0 < \Delta\alpha < \Delta\beta$	TYPE1	TYPE1
$\Delta\alpha = \Delta\beta$	TYPE2 crossing at the origin	—
$\Delta\beta < \Delta\alpha < \pi/2$	TYPE3	—
$\Delta\alpha = \pi/2$	TYPE4 hyperbola	TYPE6 a pair of lines
$\pi/2 < \Delta\alpha$	TYPE5	TYPE5

この6種類について、直線 $\eta = \text{const.}$ との交点数をまとめると次のようになる。

TYPE1  $0 < \Delta\alpha < \Delta\beta \leq \pi/2$  のとき

$-\pi/2 + \Delta\beta/2 < \eta < \pi/2 - \Delta\beta/2$  にて2交点を持つ。他の範囲内では交点を持たない。

TYPE2 原点で直交する2曲線： $\Delta\alpha = \Delta\beta \neq \pi/2$  のとき

$\pi/4 < \eta < 3\pi/4$  にて2交点(但し、原点を除く)を持つ。他の範囲内で原点以外に交点を持たない。

TYPE3  $\Delta\beta < \Delta\alpha < \pi/2$  のとき

$\pi/2 - \eta^*(\Delta\alpha, \Delta\beta)/2 < \eta < \pi/2 - \Delta\beta/2$  および、 $\pi/2 + \Delta\beta/2 < \eta < \pi/2 + \eta^*(\Delta\alpha, \Delta\beta)/2$  にて4交点を持つ。ここで、 $\eta^*(\Delta\alpha, \Delta\beta)$  は次式で与えられる。

$$\eta^*(\Delta\alpha, \Delta\beta) = \text{Cos}^{-1} \frac{\cos \Delta\beta \sqrt{\tan^2 \Delta\alpha - \tan^2 \Delta\beta}}{\tan \Delta\alpha} \quad (3.45)$$

また、 $\pi/2 - \Delta\beta/2 \leq \eta \leq \pi/2 + \Delta\beta/2$  および  $\eta = \pi/2 \pm \eta^*(\Delta\alpha, \Delta\beta)/2$  にて2交点を持ち、他の範囲では交点を持たない。

TYPE4 双曲線： $\Delta\alpha = \pi/2$ ,  $\Delta\beta \neq \pi/2$  のとき

$\pi/2 - \Delta\beta/2 < \eta < \pi/2 + \Delta\beta/2$  にて2交点を持つ。他の範囲内では交点を持たない。

TYPE5  $\Delta\beta \leq \pi/2 < \Delta\alpha$  のとき

交点はTYPE4と同じ特性を示す。但し、曲線は双曲線ではない。

TYPE6 2直線： $\Delta\alpha = \Delta\beta = \pi/2$  のとき

$\eta = \pm\pi/4$  のときPAT曲線と重なる。これは、 $l_1$  あるいは  $l_2$  のうえのあらゆる点が法線の無限遠点になりうることを示す。また、 $\eta \neq \pm\pi/4$  では原点以外の交点は生じない。

以上の分類より、 $\Delta\alpha$  および  $\Delta\beta$  が既知のときに、平面の法線が四義性を持つ組合せは、TYPE3の一部分に特定できることが判る。

#### 3.4.4 斜め対称性の議論との関係

Kanade[15]の斜め対称性の議論と透視角度変換の一般形との関係を整理すると次のようになる。

##### (1) 角度の一般化

前者では $\Delta\alpha = \pi/2$ の場合についてのみ議論しているのに対し、後者では $\Delta\alpha$ を任意に設定できる。

##### (2) 投影法の相違

前者では拡がりを持つ図形の軸対称性の利用を直接の応用としたことにより、直交投影を前提としている。これに対し、後者では対象を局所的に観測可能な角度に限定し、仮想画像面を用いることにより、中心投影に議論を拡大している。

##### (3) 特徴空間の相違

前者では dual line[7],[4]の議論の利用を図るため、また直交投影下での議論であるため、勾配空間で議論を行っている。これに対し、後者では仮想画像面上で無限遠点の位置に対する拘束を求め、中心投影で得られる画像上に存在する他の拘束との併用を可能にしている。

### 3.5 透視角度変換の一般形による三次元情報抽出例 — 三線分直交解釈

本節では、透視角度変換の一般形の応用例として、画像中に共通の交点を持たない三線分の配置復元問題を取り上げる。この問題は Barnard[28]が提起した問題の一般化である。即ち、Barnardは、画像内に散在する三線分に対応する三次元空間内の線分が、ベクトルとして互いに直交するという仮定のもとで、三線分の勾配を求める問題を提起し、これに対する数値解法を与えている。本節では、この問題を拡張し、ベクトル対のなす角度のうち1つについては直交でなくても良いものとしたうえで、透視角度変換を用いて代数的解法を導出する。

#### (1) 問題の定義

図3.12のように、画像内に三線分 $\hat{l}_i (i=1,2,3)$ が散在する場合を考察する。ここで、 $L_i$ で $\hat{l}_i$ に対応する3次元空間内の線分を示す。また $L_i$ に対応する単位ベクトルを $l_i$ で示し、これらが次の関係を満たすものとする。

$$\begin{aligned} l_1 \cdot l_2 &= l_1 \cdot l_3 = 0 \\ l_2 \cdot l_3 &= \cos \Delta\alpha \end{aligned} \quad (3.46)$$



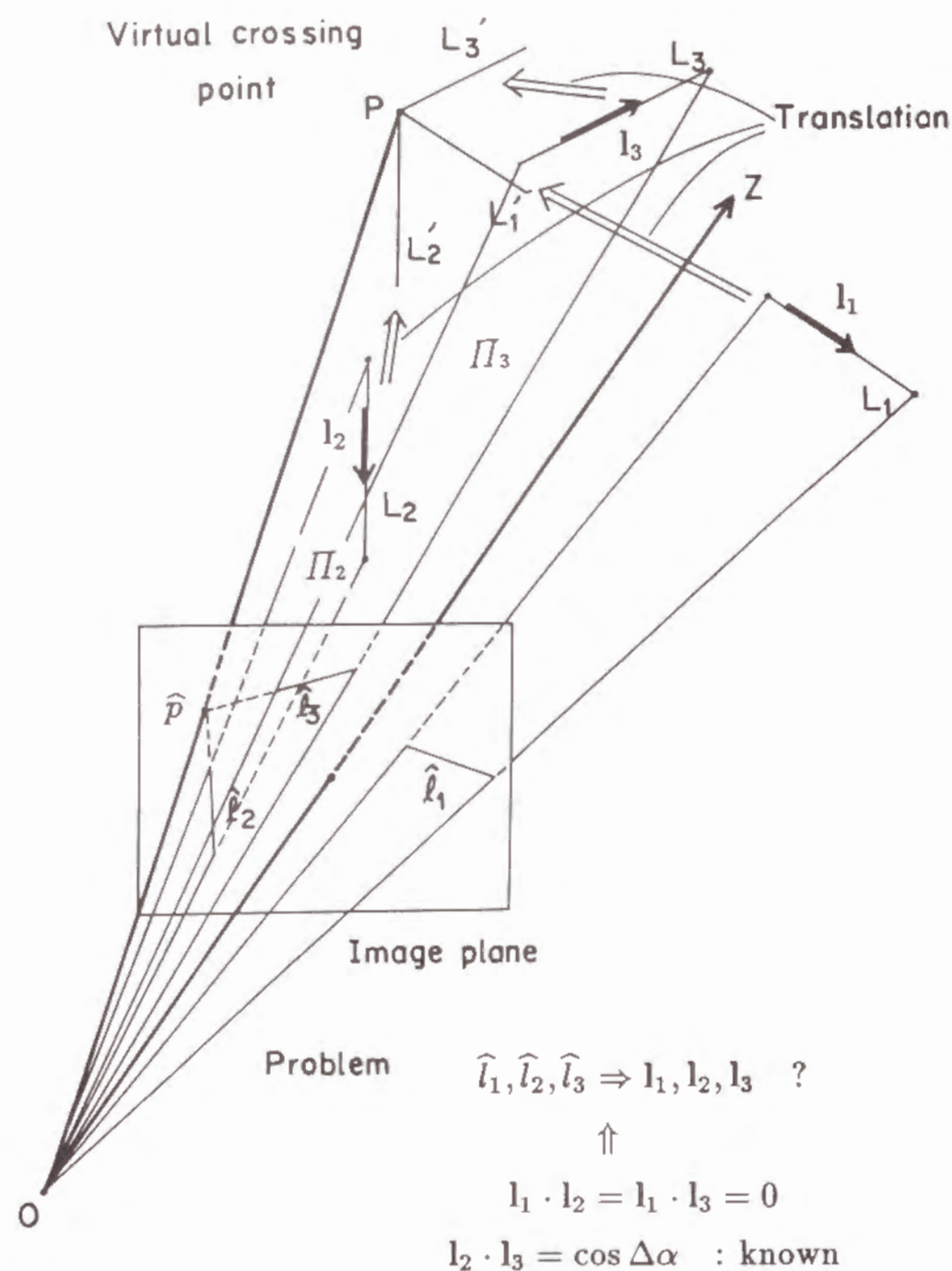


図3.12 三線分直交解釈問題の定義

ここで、 $\Delta\alpha$ は既知とする。即ち  $l_1$  は  $l_2$  および  $l_3$  と直交し、 $l_2$  と  $l_3$  は既知の角度  $\Delta\alpha$  をなす。このとき、各  $l_i$  を求める問題を取り扱う。

なお、三線分  $L_i (i = 1, 2, 3)$  が3次元空間内で共通の交点を持つ場合、三面頂点の解釈問題になるが、ここでは必ずしも交点の存在を仮定しない。即ち、本節では、振れの位置にある場合をも含めて、一般の位置にある三線分の勾配を求める問題を取り扱う。

## (2) 仮想交点における仮想画像面の利用

この問題を解くため、以下に示す仮想画像面を用いる。まず、実画像上で  $\hat{l}_2$  と  $\hat{l}_3$  をそれぞれ延長したときに得られる交点を点  $\hat{p}$  とする。このとき、線分  $O\hat{p}$  を含む直線  $\Lambda$  は  $\hat{l}_2$  と  $L_2$  を含む平面  $\Pi_2$ 、および  $\hat{l}_3$  と  $L_3$  を含む平面  $\Pi_3$  の交線を表す(図3.12)。ここで、直線  $\Lambda$  上にとった任意の点  $P$  (仮想交点) において、 $L_i (i = 1, 2, 3)$  に平行な直線  $L_i'$  が交わりと想定することができる。いま、直線  $OP$  を  $c$  軸とする仮想画像面  $I_V(e_c)$  上での直線  $L_i, L_i'$  の見え方を  $l_i, l_i'$  で表す(図3.13)と、一般に、次の関係が成り立つ。

まず、点  $P, L_2', L_3'$  の定義から、 $L_i' (i = 2, 3)$  は3次元空間内で平面  $\Pi_i$  上に存在する。従って、 $L_i'$  の像  $l_i'$  も平面  $\Pi_i$  上に存在しなければならない。即ち、 $l_i'$  は  $I_V(e_c)$  上で  $l_i$  を含む直線上に位置し、中心点  $(0, 0, f)$  を始点とする線分になる。

これに対し  $l_1'$  については上記の議論が成立しない。しかし、 $l_1'$  に関しては別の議論が可能であり、与えられた条件から  $l_1'$  と等価な情報を復元できる。即ち、 $l_1'$  の無限遠点  $v_1$  は2つの拘束を受け、これらを組み合わせることにより  $l_1'$  を推定することが可能である。

## (3) 無限遠点 $v_1$ に対する2種類の拘束と幾何的解法

$L_1'$  と  $L_1$  とが平行であることから、両者は仮想画像面  $I_V(e_c)$  上に共通の無限遠点を持つ。これは、直線  $l_1$  上に  $l_1'$  の無限遠点  $v_1$  が拘束されることを意味する。一方、 $L_1'$  は、 $L_2'$  と  $L_3'$  により張られる面の法線と一致するから、無限遠点  $v_1$  は、 $l_2$  と  $l_3$  (即ち、 $l_2'$  と  $l_3'$ ) で定義されるPAT曲線上になければならない。即ち、幾何的には、直線  $l_1$  と ( $l_2$  と  $l_3$  で定義される) PAT曲線の交点として点  $v_1$  の位置が得られる(図3.13)。

ここで、点  $v_1$  が求められることは  $l_1$  が求められることと等価である。また、(2)の議論より  $l_2'$  と  $l_3'$  が既知であるから、透視角度変換の基本形が使用可能となり、 $l_2$  および  $l_3$  を求めることができる†。

† 厳密に言うと、 $\Delta\alpha \neq \pi/2$  のときには、PAT曲線と補PAT曲線を考慮しなければならない。即ち、2線分  $l_2$  と  $l_3$  の位置により、補PAT曲線上に無限遠点  $v_1$  が来る場合があり得る。詳しくは4.4節で述べる。なお、 $\Delta\alpha = \pi/2$  の場合には補PAT曲線とPAT曲線が等しくなるため、補PAT曲線を考慮する必要がない。



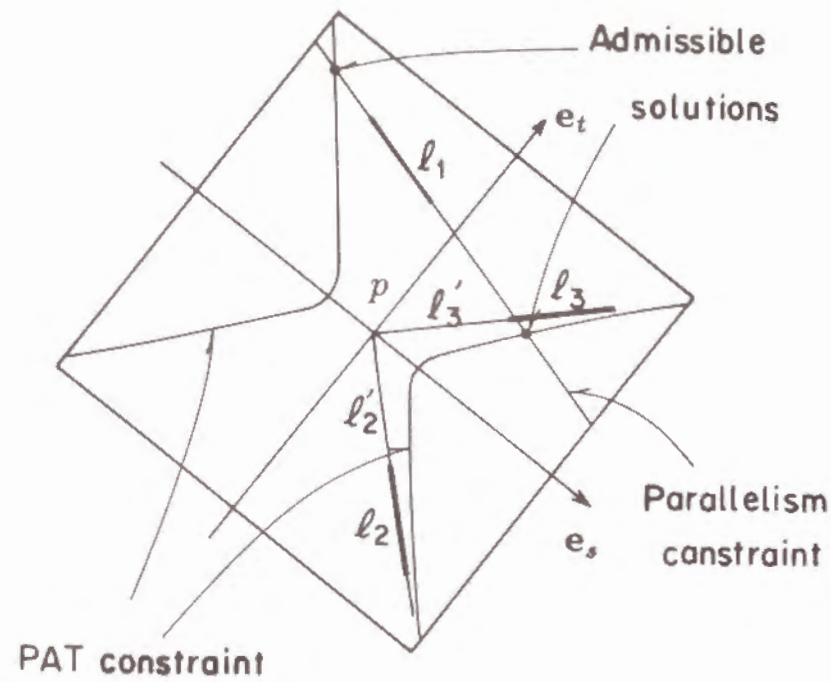


図 3.13 仮想画像面上での解法

#### (4) 代数的解法

上記の議論を代数操作の観点からまとめると以下ようになる。いま、第二透視動座標系で、 $l_1$  が次式で示されたとする。ここで、 $\epsilon_1$ 、 $\epsilon_0$  は観測できる量である。

$$t = \epsilon_1 s + \epsilon_0 \quad (3.47)$$

一方、PAT曲線は式(3.33)あるいは式(3.36)で表されるから、解は式(3.33)あるいは式(3.36)と式(3.47)の連立解として得られる。2つの場合の具体的解法を下に示す。

##### (i) $\Delta\alpha \neq \pi/2$ のとき

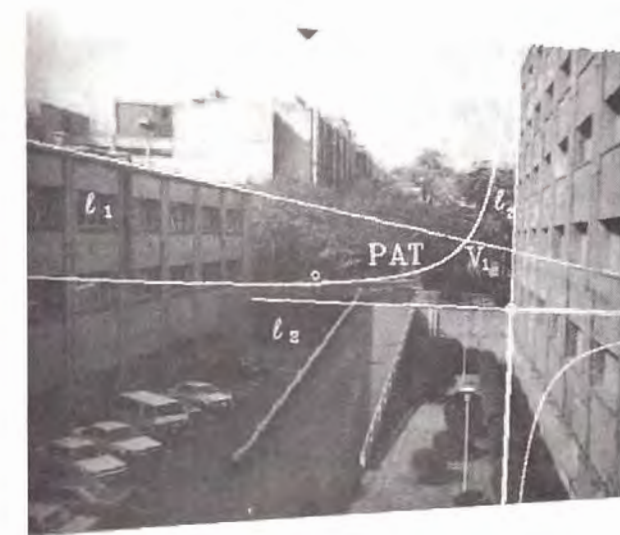
一般の  $\Delta\alpha$  に対しては、問題は  $s$  に関する次の方程式に帰着できる。

$$\tan \Delta\alpha (\mu_2 s^2 + \mu_1 s + \mu_0) = f \tan \Delta\beta \sqrt{s^2 + (\epsilon_1 s + \epsilon_0)^2 + f^2} \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} \text{但し} \quad \mu_2 &= \frac{1 + \epsilon_1^2}{2} + \frac{1 - \epsilon_1^2}{2 \cos \Delta\beta} \\ \mu_1 &= \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 (\cos \Delta\beta - 1)}{\cos \Delta\beta} \\ \mu_0 &= \frac{\epsilon_0^2 (\cos \Delta\beta - 1)}{2 \cos \Delta\beta} + f^2 \end{aligned} \quad (3.49)$$



(a) 原画像上の3線分



(b) 無限遠点  $v_1$  の抽出



(c)  $v_1$  に収束する直線群

図 3.14 三線分直交解釈の例題 1

ここで、式(3.48)の両辺を二乗して有理化すると、問題は1変数の四次方程式に帰着できる。これはFerrariの方法[41]により代数的に解けるが、四次方程式の解には、 $\Delta\alpha$ の補角( $\pi - \Delta\alpha$ )に対する解が含まれる。従って、求まる解の候補の中から、式(3.48)を満たすものを選択することにより、最終的に式(3.48)の根が求まる。こうして求められた根のうち、実際に意味をもつのは実根のみであり、その数は場合によって0~4個の範囲内で変化する。

なお、3直線が実交点を持つ場合(三面頂点など)には、 $\epsilon_0 = 0$ となり、これから $\mu_1 = \mu_0 = 0$ となるため、式(3.48)の両辺を二乗すると $s$ の複二次方程式が得られる。即ち、問題は $s^2$ についての二次方程式に帰着される。これは、第一透視動座標系を用いて、二次方程式の根として解を求めるのに対応している(3.3.1節参照)。

(ii)  $\Delta\alpha = \pi/2$  のとき

問題は、二次方程式(式(3.50))に帰着できる。

$$\mu_2 s^2 + \mu_1 s + \mu_0 = 0 \quad (3.50)$$

二次方程式の根の公式から得られる二根のうち実根のみが実際に有効である。即ち、有効な根の数は0~2個の範囲内で変化する。なお、3直線が実交点を持つ場合 $\mu_1 = \mu_0 = 0$ となり、問題は一次方程式に帰着される(3.3.2節参照)。

## (5) 実験例

(i)  $\Delta\alpha = \pi/2$  の例

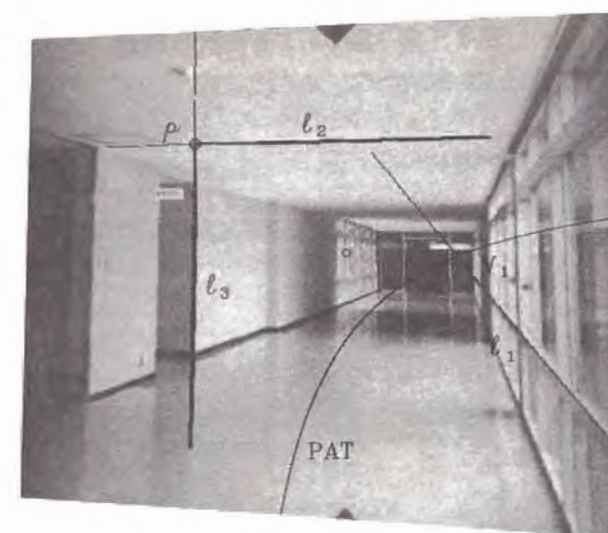
図3.14(a)および図3.15(a)は、焦点距離および中心点(図中の中黒丸)が既知のカメラで撮影した情景である。ここで、抽出された3本の線分( $\hat{l}_i$ )に対し、三直交解釈を求めた例を以下に示す。図中 $\hat{p}$ は、 $\hat{l}_2$ と $\hat{l}_3$ を含む直線の交点である。この点の方向に視軸方向 $e_c$ をとり、上記の議論を適用した。表3-4に2つの画像に関するカメラパラメータなどのデータを示し、表3-5および表3-6にそれぞれの計算経過を示す。

表3-4 図3.14, 3.15のデータリスト

	Figs.3.14	Figs.3.15
$f$	651.4 pixels	651.4 pixels
image center	(238.5, 266.5)	(275.0, 262.5)
$\hat{p}$	(404.7, 237.0)	(149.5, 351.9)
$\Delta\beta$	90.3 deg	92.6 deg
$\epsilon_1$	0.6983	-0.0778
$\epsilon_0$	-56.81	108.3



(a) 原画像上の3線分



(b) 無限遠点 $v_1$ の抽出



(c)  $v_1$ に収束する直線群

図3.15 三線分直交解釈の例題2



表3-5 図3.14の計算経過

	root #1 of Eq.(3.50)	root #2 of Eq.(3.50)
in Fig.3.14(b)	invisible	$v_1$
$s$	-224.7	66.7
$\epsilon_1 s + \epsilon_0$	-213.7	-10.2
$l_1$	$\langle -0.311, -0.296, 0.903 \rangle$	$\langle 0.102, -0.016, 0.995 \rangle$
$l_2$	$\langle 0.637, 0.640, 0.429 \rangle$	$\langle 0.704, 0.708, -0.061 \rangle$
$l_3$	$\langle 0.705, -0.709, 0.011 \rangle$	$\langle 0.703, -0.706, -0.083 \rangle$

表3-6 図3.15の計算経過

	root #1 of Eq.(3.50)	root #2 of Eq.(3.50)
in Fig.3.15(b)	invisible	$v_1$
$s$	-240.0	221.4
$\epsilon_1 s + \epsilon_0$	126.9	91.0
$l_1$	$\langle -0.340, 0.180, 0.923 \rangle$	$\langle 0.319, 0.131, 0.939 \rangle$
$l_2$	$\langle 0.687, 0.718, 0.113 \rangle$	$\langle 0.655, 0.685, -0.318 \rangle$
$l_3$	$\langle 0.643, -0.672, 0.368 \rangle$	$\langle 0.685, -0.716, -0.133 \rangle$

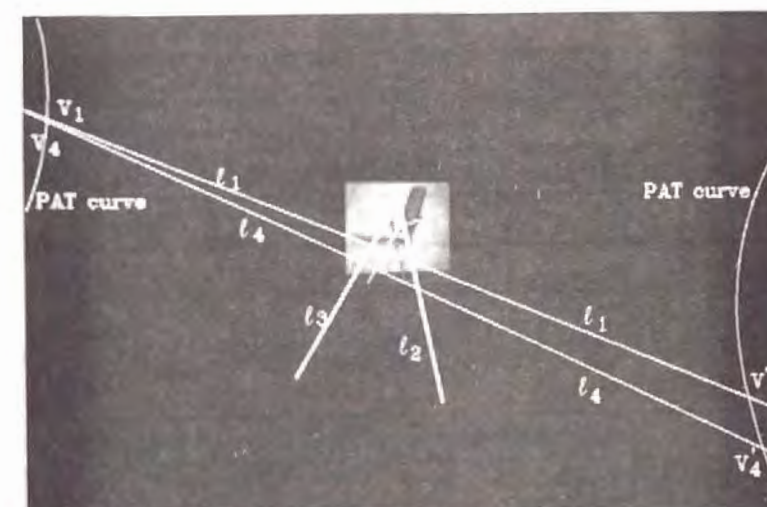
図3.14 (a)に対する仮想画像  $I_V(e_c)$  は図3.14 (b) のようになる。(実際の計算では、3本の線分の  $I_V(e_c)$  上での位置のみが必要であり、図3.14 (b) を生成する必要はない。ここでは、理解を容易にする目的で仮想画像を表示する。)

ここで、直線  $l_2$  および  $l_3$  により求まるPAT曲線(双曲線)を図3.14 (b) に重ねて表示しておく。このPAT曲線と直線  $l_1$  の交点により、 $I_V(e_c)$  上での  $l_1$  の無限遠点の候補が2点求まる。図3.15についても同様にして、 $I_V(e_c)$  上での  $l_1$  の無限遠点の候補が2点求まる。

次に、2つの無限遠点のうち、どちらを選択するかが問題である。一般的には、この選択には他の情報を用いることが必要である。例えば、被写体に関する知識や画像の撮影条件を用いることができる場合、これに適合する組合せを選択することにより、一意的に解が求められる。図3.14の場合、被写体がビル(即ち、地面に垂直に建っている)であり、原画像の  $y$  軸が垂直方向とほぼ一致していることを用いることにより、一意解を得ることができる。これにより、 $l_1$  の無限遠点は図3.14 (b) 中に含まれる交点  $v_1$  であることが判る。この点を端点とする半直線を抽出すると、図3.14 (c) が得られ、この画像に含まれる3つの建築物に共通の対象中心座標系が得られていることが判る。同様にして、図3.15 (b) で示された無限遠点  $v_1$  を端点とする半直線を抽出すると、図3.15 (c) が得られる。



(a) 原画像上の4線分



(b) 無限遠点候補の抽出

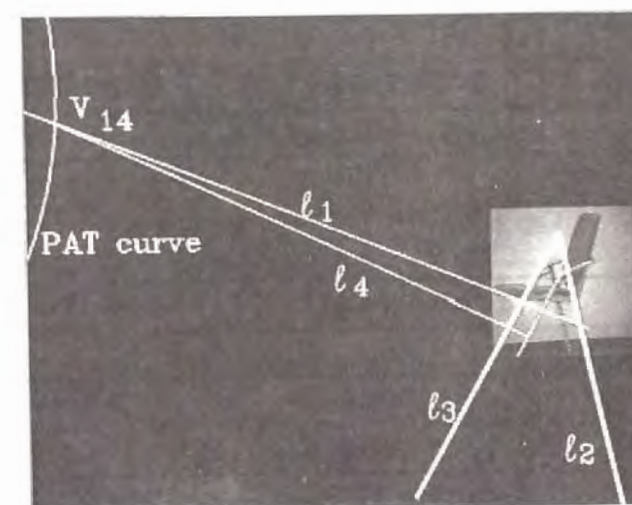
(c) 無限遠点  $v_{14}$  の決定結果

図3.16 二線分直交解釈の例題



(ii)  $\Delta\alpha \neq \pi/2$  の例

図3.16 (a) は、3次元形状が既知の椅子の写真である。ここで、予め抽出された3本の線分 ( $\hat{l}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )) に対して上述の議論を適用することにより、二直交解釈 ( $\Delta\alpha = \pi/4$ ) を求めることができる。また、 $\hat{l}_1$  の代わりに  $\hat{l}_4$  を用いても、同様に二直交解釈を求めることができる。ここで、この画像に関するカメラパラメータなどのデータを表3-7に示し、 $\hat{l}_1$  および  $\hat{l}_4$  に関する計算経過をそれぞれ表3-8および表3-9に示す。また、図3.16 (b) には、直線  $l_2$  および  $l_3$  により求まるPAT曲線 (双曲線) を示す。なお、表3-8および表3-9により求められる2つの無限遠点の候補は、それぞれ図中に示した点  $v_1, v_1'$  および  $v_4, v_4'$  に対応する。

表3-7 図3.16のデータリスト

	$\hat{l}_1$	$\hat{l}_4$
$f$	6144 pixels	6144 pixels
image center	(256.0, 256.0)	(256.0, 256.0)
$\hat{p}$	(448.6, 292.5)	(448.6, 292.5)
$\Delta\beta$	43.0 deg	43.0 deg
$\epsilon_1$	4.372	3.719
$\epsilon_0$	-1182	-1357

表3-8  $\hat{l}_1, \hat{l}_2, \hat{l}_3$  に対する計算経過

	root#1 of Eq.(3.48)	root#2 of Eq.(3.48)
in Fig.3.16(b)	$v_1$	$v_1'$
$s$	-122.3	697.7
$\epsilon_1 s + \epsilon_0$	-1717	1868
$l_1$	$\langle -0.019, -0.269, 0.963 \rangle$	$\langle 0.108, 0.289, 0.951 \rangle$
$l_2$	$\langle 0.924, 0.364, 0.120 \rangle$	$\langle 0.909, 0.358, -0.212 \rangle$
$l_3$	$\langle 0.927, -0.365, -0.084 \rangle$	$\langle 0.930, -0.367, 0.006 \rangle$

表3-9  $\hat{l}_4, \hat{l}_2, \hat{l}_3$  に対する計算経過

	root#1 of Eq.(3.48)	root#2 of Eq.(3.48)
in Fig.3.16(b)	$v_4$	$v_4'$
$s$	-96.4	892.4
$\epsilon_1 s + \epsilon_0$	-1715	1961
$l_4$	$\langle -0.015, -0.269, 0.963 \rangle$	$\langle 0.137, 0.301, 0.944 \rangle$
$l_2$	$\langle 0.924, 0.364, 0.116 \rangle$	$\langle 0.902, 0.356, -0.245 \rangle$
$l_3$	$\langle 0.927, -0.365, -0.087 \rangle$	$\langle 0.930, -0.367, -0.018 \rangle$

ここで、この例のように2組の3線分を勾配推定に使用できる場合、 $\hat{l}_1$  および  $\hat{l}_4$  から得られるそれぞれ2組の解を組み合わせることにより、無限遠点を選択することが可能になる。この例では、 $v_1$  と  $v_4$  に対応する単位ベクトル  $l_1$  と  $l_4$  の内積に対し、 $v_1'$  と  $v_4'$  に対応する  $l_1'$  と  $l_4'$  の内積は相対的に小さい。これにより、単位ベクトル  $l_{14} = U(l_1 + l_4)$  が解として選択される。最終的に得られる解釈を、図3.16 (c) に示す。ここで、 $v_{14}$  は  $l_{14}$  に対応する無限遠点を示す。

### 3.6 透視角度変換一般形による問題構造の解析

3.3節では、透視角度変換基本形から三直交三面頂点および二直交三面頂点解釈問題に対する解を導いた。これらの解は具体的な問題を解く際には有効であるものの、問題が持つマクロな構造を直接的に取り扱うには十分とはいえない。

ここでは、問題の持つマクロな性質を分析することを目的に、一般形による問題の分析を試みる。対象としては、3.3節で議論した2つの問題を取り上げる。

#### 3.6.1 三直交三面頂点解釈のマクロ構造

PAT曲線を用いることにより、三直交解釈のマクロな構造を明確に示すことができる†。即ち、直線  $l_2$  と  $l_3$  に関する第二透視動座標系で、 $\Delta\alpha_{23} = \pi/2$  とした場合に対応するPAT曲線 (式(3.35)) を描くと図3.17の双曲線が得られる。ここで、この三線接点点が三直交解釈可能なとき、 $l_1$  の無限遠点  $v_1$  は図3.17のPAT曲線上になければならないから、 $l_1$  の存在位置は図3.17の斜線内に限定される。

$\eta$  で  $s$  軸から  $l_1$  までの反時計回りの角度を示すものとする、半面内の  $l_1$  の存在位置は次のようになる。なお、残りの半面については  $\eta$  を  $\eta - \pi$  とすれば存在領域が得られる。

(i)  $0 < \Delta\beta_{23} < \pi/2$  にて

$$\frac{\pi - \Delta\beta_{23}}{2} < \eta < \frac{\pi + \Delta\beta_{23}}{2} \quad (3.51)$$

(ii)  $\Delta\beta_{23} = \pi/2$  にて

$$\eta = \pm \frac{\pi}{4} \quad (3.52)$$

(iii)  $\pi/2 < \Delta\beta_{23} < \pi$  にて

$$\frac{-\pi + \Delta\beta_{23}}{2} < \eta < \frac{\pi - \Delta\beta_{23}}{2} \quad (3.53)$$

† この議論は3.4.3節で述べたPAT曲線の分類と裏腹の関係にある。ここでは、三面頂点解釈の立場からPAT曲線を分析する。



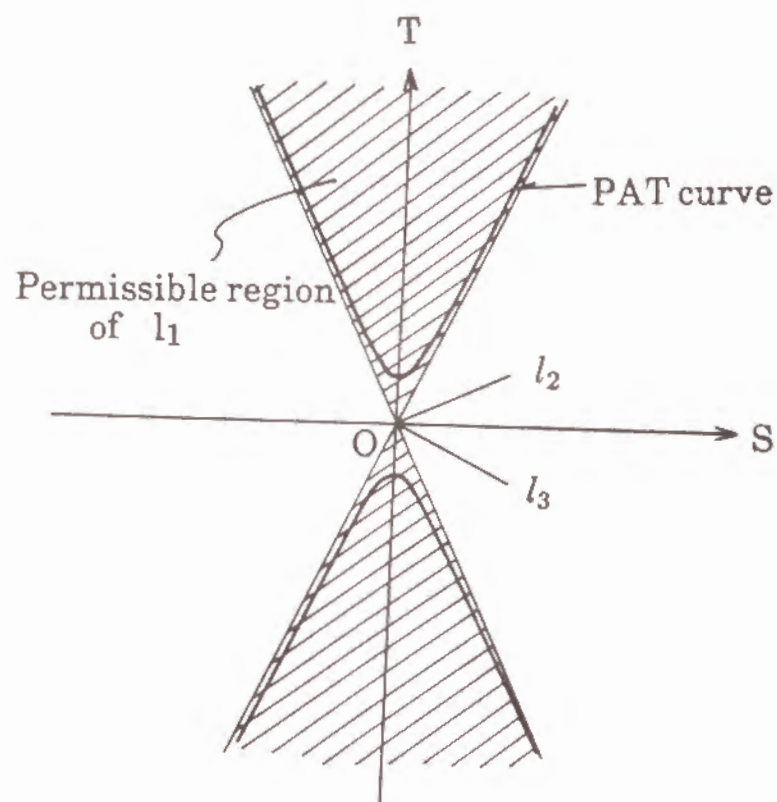


図3.17 三直交頂点解釈における解の存在範囲

一方、三直交解釈問題を、解の個数および自由度についてまとめると以下ようになる。

(a) 分類(ii)の場合には、解の自由度を0にできない場合が存在する。即ち、 $\alpha$ 軸が

$$\eta = n\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (3.54)$$

で示される半直線であるとき、 $l_1$ の無限遠点 $v_1$ は $l_1$ を含む直線上の任意の点と成りうる。即ち、この場合解は自由度1を持つ。なお、この条件は、 $\Delta\beta_{ij}$ のうちのいずれかが0あるいは $\pi$ である場合と言い替えることができる。

(b) これ以外の場合、解の自由度は0となり、(鏡像を除くと)解は常に一意に定まる。

### 3.6.2 二直交三面頂点解釈のマクロ構造

三直交解釈の場合と同様に、PAT曲線を用いることにより、二直交解釈のマクロな構造を明確に示すことができる。即ち、直線 $l_2$ と $l_3$ に関する第二透視動座標系で、 $\Delta\alpha_{23}$ に対応するPAT曲線(式(3.32))を描くと図3.18の曲線(四次曲線の分岐に相当)が得られる。ここで、この三線接続点が二直交解釈可能なとき、 $l_1$ の無限遠点 $v_1$ はPAT曲線上になければならないから、 $l_1$ の存在位置は図の斜線内に限定される。

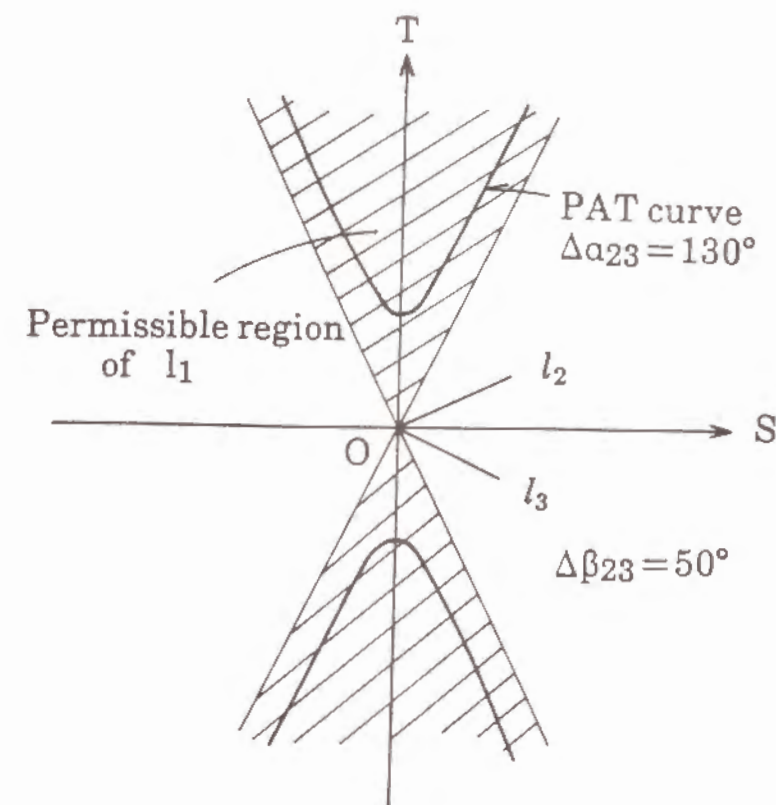


図3.18 二直交頂点解釈における解の存在範囲

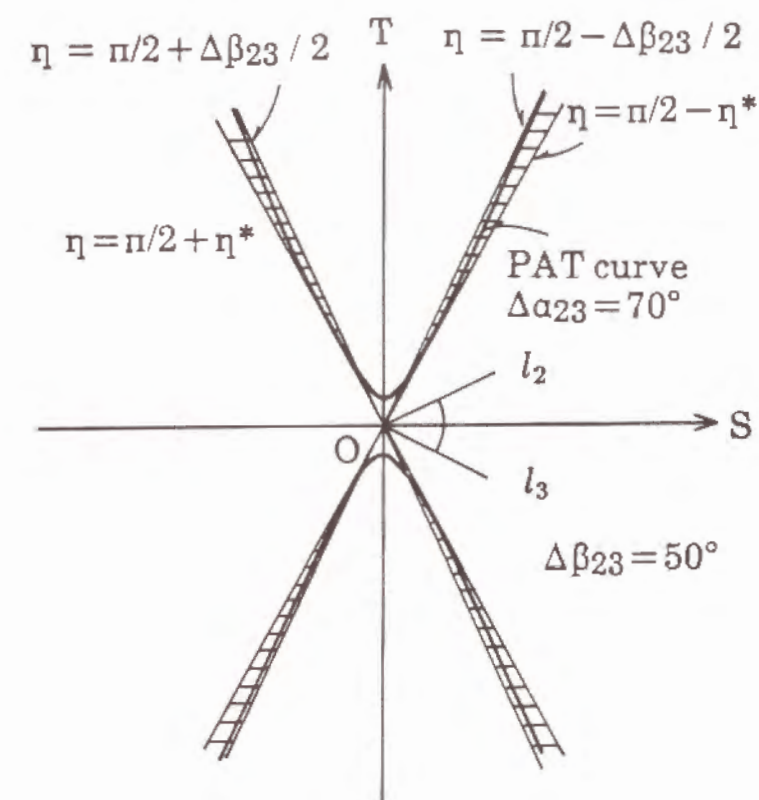


図3.19 二直交頂点解釈における二義解の存在範囲

$\eta$ で $s$ 軸から $l_1$ までの反時計回りの角度を示すものとする、 $\Delta\beta_{23} \leq \pi/2$ の場合について、半面内の $l_1$ の存在位置は次のようになる。なお、残りの半面については $\eta$ を $\eta - \pi$ とすれば存在領域が得られる。また、 $\Delta\beta_{23} > \pi/2$ の場合については、補角を用いて議論することにより、全ての $\Delta\beta_{23}$ を下記の場合分けてカバーできる。

(i)  $0 < \Delta\alpha_{23} \leq \Delta\beta_{23}$  にて

$$\frac{-\pi + \Delta\beta_{23}}{2} < \eta < \frac{\pi - \Delta\beta_{23}}{2} \quad (3.55)$$

(ii)  $\Delta\beta_{23} < \Delta\alpha_{23} < \pi/2$  にて

$$\frac{\pi - \eta^*(\Delta\alpha_{23}, \Delta\beta_{23})}{2} \leq \eta \leq \frac{\pi + \eta^*(\Delta\alpha_{23}, \Delta\beta_{23})}{2} \quad (3.56)$$

(iii)  $\pi/2 \leq \Delta\alpha_{23} < \pi$  にて

$$\frac{\pi - \Delta\beta_{23}}{2} < \eta < \frac{\pi + \Delta\beta_{23}}{2} \quad (3.57)$$

ここで、三直交解釈の場合にはPAT曲線が常に双曲線であったのに対し、二直交解釈ではPAT曲線が四次であり曲線の形態が $\Delta\alpha_{23}$ と $\Delta\beta_{23}$ によって大幅に変化する。これに伴い、解(法線像 $l_1$ とPAT曲線の交点)の個数が変化するが、詳細な分析によりいくつかの重要な知見を得ることができる。このうち、特筆すべきものとしては次の二点が挙げられる。

(a) 二直交解釈においては、 $0 < \Delta\beta_{23} < \pi$ の範囲内では、自由度が1以上になる場合は存在しない。

(b) 解が2個存在するのは、極めて特殊な場合に限定される。具体的には、上の分類(ii)のうち、 $\Delta\beta_{23} < \Delta\alpha_{23} < \pi/2$ で、かつ次式を満たす位置(図3.19の斜線内に対応)に $l_1$ が存在する場合にのみ解が2個存在する。

$$\frac{\pi - \eta^*}{2} < \eta < \frac{\pi - \Delta\beta_{23}}{2} \quad \text{あるいは} \quad \frac{\pi + \Delta\beta_{23}}{2} < \eta < \frac{\pi + \eta^*}{2} \quad (3.58)$$

### 3.7 透視角度変換の基本形と一般形の関係

本章では、透視角度変換の2つの形式である基本形(式(3.10))と、一般形(式(3.32),(3.33)および式(3.35),(3.36))を導出し、角度の見え方により復元できる情報について考察してきた。ここでは、基本形と一般形の間を整理しておく。

透視角度変換の基本形(式(3.10))は第一透視動座標系において成立する3項関係である。これに対して、一般形は第二透視動座標系において成立する4項関係である。

ここで、第一透視動座標系が既知であるとは「平面勾配が持つ2自由度のうちの1つが既知である」ことに相当し、基本形は残りの1自由度 $\psi$ と空間内線分および画像内線分のもつ各1自由度(

† 4.4節では、一般形をさらにガウス球面上の概念として拡張する。

$\alpha_i$ と $\beta_i$ )の関係を規定するものであることが判る。一方、一般形は空間内角度( $\Delta\alpha$ )、画像内角度( $\Delta\beta$ )と平面勾配の2自由度(例えば、式(3.33),(3.36)では $s$ および $t$ )を1つの式で関係付けている。

両者は本質的には同じ現象に関するものであるから、一方の枠組から他方を解釈することも可能である。まず、一般形を基本形の立場から解釈するには、3.4節の議論をたどればよい。即ち、基本形に三角関数の和の公式を適用した結果得られる式(3.19)が、一般形の原型であり、平面勾配の自由度に関する拘束を外して整理することによって一般形が得られる。

一方、一般形の極座標表示(式(3.32),(3.35))において、平面勾配の1自由度である $\eta$ が既知である場合を想定することにより、3項関係を導出できる。これは、PAT曲線と座標系の原点を通る直線の交点を求めることに相当し、基本形そのものではなく、基本形から導出される式(3.19)に対応する。なお、 $\eta$ が既知の場合には第一透視動座標系が定まるから、一般形における画像内角度 $\Delta\beta$ の代わりに、角度をなす2線分の $a$ 軸からの変位 $\beta_i$ を別々に測定することが可能になる。この場合、一般形よりも単純な式である基本形を利用できることになるが、これは、第一透視動座標系が既知であることによる。

以上の議論をまとめると、基本形と一般形は互いに変換可能であり、原理的には同じ現象を論じているが、異なった価値観において意味を持つ表現形式であることが判る。即ち、基本形は現象を単純化して捕らえるという意味で、一方、一般形は空間内の平面に関する仮定をなくした場合にも適用できるという意味でそれぞれ利用し易い関係式である。両者は、使い分けが必要である。

### 3.8 結言

本章では、角度情報に基づく3次元情報復元を司る法則として、透視角度変換(基本形および一般形)を導出するとともに、透視角度変換を定量的に分析した。また、基本形および一般形の応用例として、三面頂点解釈および三線分直交解釈を取り上げ、実際の3次元情報復元における透視角度変換の有効性を示した。

透視角度変換は、中心投影の逆問題において、角度情報による拘束を他の拘束と分離・抽出したものであり、空間内の角度と画像内の角度、および空間内の角度を含む平面の勾配に関する拘束を示す。ここで、空間内および画像内の角度が既知のとき、平面勾配はPAT曲線上に拘束される。この性質は、3次元情報復元に広く利用可能であり、他の拘束との組合せでさまざまな種類の3次元情報復元手法を導出できると思われる。なお、透視角度変換の基本形と一般形の関係は前節で論じた通りであり、変換可能であるが、互いに異なった価値観で最適化したものであり、用途に応じた使い分けが必要になる。



## 第4章 角度情報に基づく3次元物体の単眼視姿勢推定

### 4.1 緒言

第3章では、空間内に存在する角度とその見え方の間に存在する最も基本的な関係式として透視角度変換を導き出し、その基本的な性質を分析するとともに、この拘束を適用して簡単な姿勢推定問題の解法を導出した。本章では、この拘束をベースとして、3次元物体の幾何モデルが与えられたときに、単眼視画像から物体の姿勢を復元する問題をより一般的に論じる。即ち、従来の剛体のみを対象としていた3次元物体の姿勢推定問題を拡張し、剛体および軸まわりの回転自由度を持つ関節から構成される物体について姿勢推定問題を論じる。ここで、各剛体を1組のベクトル集合として、また、関節を回転軸に対応するベクトルとして取り扱う。各剛体内では、これに接続する関節を含めて、各ベクトル間の内積およびスカラー三重積が既知であるものとする。これにより、剛体と関節を同じレベルで取り扱うことが可能になる。本章では、これらの要素から構成される物体について各剛体の回転推定に関する基本的な枠組を示す。

3次元モデルベースビジョンは、コンピュータビジョンの中でトップダウン処理を必要とする問題の1つの典型である。これまでに、幾つかのCADベースビジョンが提案されてきた(Fischler-Bolles[29], Haralick-Chu[34], Brooks [48], Lowe[38], Horaud[39], Ikeuchi-Kanade [49], Murray-Cook[50])が、取り扱われる対象は多面体などの剛体に限定されており、決して広いクラスの物体が取り扱えるとは言えない。

ところで、より柔軟なモデルベースビジョンを実現するためには、3次元物体モデルに含まれる観測系に不偏な特徴を用いて3次元物体を簡潔に記述する必要がある。角度は3次元モデル内でさまざまな方法で指定できるから、多くの不偏量の中で最も強力なものの一つである。ここで、画像中の角度はさまざまな手段により抽出可能であるから、もしも、空間中の角度と画像中の角度の関係が明らかになれば、これに基づいた柔軟なモデルベースビジョンの実現が可能になると考えられる。本章では、以上の基本アイデアに基づいた単眼視3次元モデルベースビジョンを提案する。これは、従来対象とされた剛体モデルばかりではなく、回転関節で接続された柔軟構造をも扱うことができるという特長を持つ。

1つの角度の見え方がその角度を含む平面勾配推定において強力な手がかりを与えることが知られている。この手がかりをもとに、3次元姿勢推定に関する幾つかの研究がすでになされている(Kanade[15], Barnard[45][28], Horaud[39], Dhome et al.[51])。Kanade [15] は、直交投影のもとで、平面上の軸対称図形(長方形・等脚台形など)の対称軸とそれに直交する軸の見え方から平面勾配に関する拘束を求め、稜線の見え方と両側の平面勾配の双対性(Huffman[4], Mackworth[7])により、平面勾配の自由度が0になることを示した。Barnard[45] は、平面勾配の推定に画像上の角度の3次元空間への逆投影(backprojection)の考え方が有効であることを示した。また、Barnard

[28] は、画像から対象空間内の直交する3軸を抽出するために、3線分の直交解釈を逆投影の考え方をを用いて探索により求めることを提案している。Horaud[39] は、逆投影を三面頂点などに拡張し、多面体剛体モデルのマッチングに適用している。これらの3次元情報抽出手法は、それぞれ個別の問題に対しては有効と考えられるものの、統一的な視点に欠けるという問題がある。また、これらの研究が対象としてきたのは3次元剛体、あるいは部分的に平行移動自由な構造であり、回転関節を含むような柔軟な構造は対象外であった。本章では、透視角度変換をベースとして角度情報を手がかりとする3次元情報抽出問題を解析し、これらの問題に対して共通の枠組を与える。

本章では、3次元物体が幾つかの剛体とこれらを接続する回転関節とからなるものとする。各剛体は、1組の単位ベクトル(剛体内ベクトル)の集合で記述され、ベクトル間では内積およびスカラー三重積が既知とする。また、回転関節は回転軸(関節軸)上の単位ベクトル(関節ベクトル)で表すものとする。この記述法により、幾つかの剛体が回転関節で接続されて構成される物体に対する一群の3次元回転推定問題を定義し、問題の構造を解析することができる。ここで、関節軸が可視(観測可能)であるか、不可視(観測不可能)であるかは問題ではない。

4.2節では、3次元モデル記述および姿勢推定問題の定義を与え、本章における取り扱いを述べる。4.3節では、基本的考察として、点および1線分の中心投影像から得られる情報を整理する。4.4節では、第3章で論じた透視角度変換の概念を拡張し、球面PAT曲線の概念を導出するとともに、これと線分の解釈との関係を論じる。4.5節では、複数線分の解釈に関して考察し、前二節で導出した拘束の相互関係を論じる。4.6節では、角度からの回転推定問題を理論的な観点から議論する。剛体に関する問題は、 $n$ ベクトルの回転推定問題に帰着され、 $n \geq 3$ の時従来提案した角度からの回転推定法に帰着できることを示す。また、1つの可視関節軸で接続された2剛体の回転推定問題は、2つの剛体に関する部分問題に分解できることを示す。ここで、各部分問題は対応する剛体と関節軸の回転推定問題になる。一方、2剛体が1つの不可視関節軸で接続されている場合、部分問題への分解はできないが、各剛体中の2ベクトル以上が観測されている場合には、2剛体の回転推定が可能になることを示す。また、2つの単純な可解問題の比較から可解問題の再帰的生成に関する定理を証明し、これをもとに可解な問題群を抽出する。4.7節では、これまでに得られている基本問題の代数解法をまとめるとともにその限界を示す。4.8節では、角度情報を用いた3次元情報復元の一般化探索解法を与える。4.9節では、幾つかの基本問題への一般化探索解法の適用について述べる。4.10節では、基本問題のマクロ構造の分析を、三面頂点解釈問題を例にとり行う。4.11節では、無向線分・過剰決定問題の取り扱いについて考察する。



## 4.2 3次元モデル記述と姿勢推定問題の定義

### 4.2.1 3次元モデル記述

本章で取り扱う物体のクラスは、従来の3次元剛体モデルばかりではなく、回転関節を含む柔軟構造をも含む。即ち、物体は剛体と回転関節により構成されるグラフで記述される(図4.1)。

$n$ 個の有向ベクトルにより記述される剛体を本章では $n$ ベクトル剛体と呼ぶ。なお、 $n$ ベクトル剛体内では、各有向ベクトルに対応する単位ベクトルに対して定義されるあらゆる内積およびスカラー三重積が既知であると仮定する。また、各 $n$ ベクトル剛体内では、少なくとも1つ以上の距離が既知であり、これにより単眼視によるスケール復元が可能と仮定する。ここで、各有向ベクトルがどのようにして定義されるか、また端点が物体上で固定であるか否かは重要でない。3次元物体中の線分に対応してもよいし、また頂点のような特徴点の対により定義されてもよい。

回転関節は、ある剛体が他の剛体を中心に回転することを許すものであり、関節ベクトルと呼ぶ関節軸上の単位ベクトルで表される。関節ベクトルは両側の剛体に拘束される特殊なベクトルであり、両側の剛体に属すと考えることができる。即ち、関節ベクトルとこれに接続される各剛体内の有向ベクトルに対応する単位ベクトルとの間では内積およびスカラー三重積が定義されているものとする。

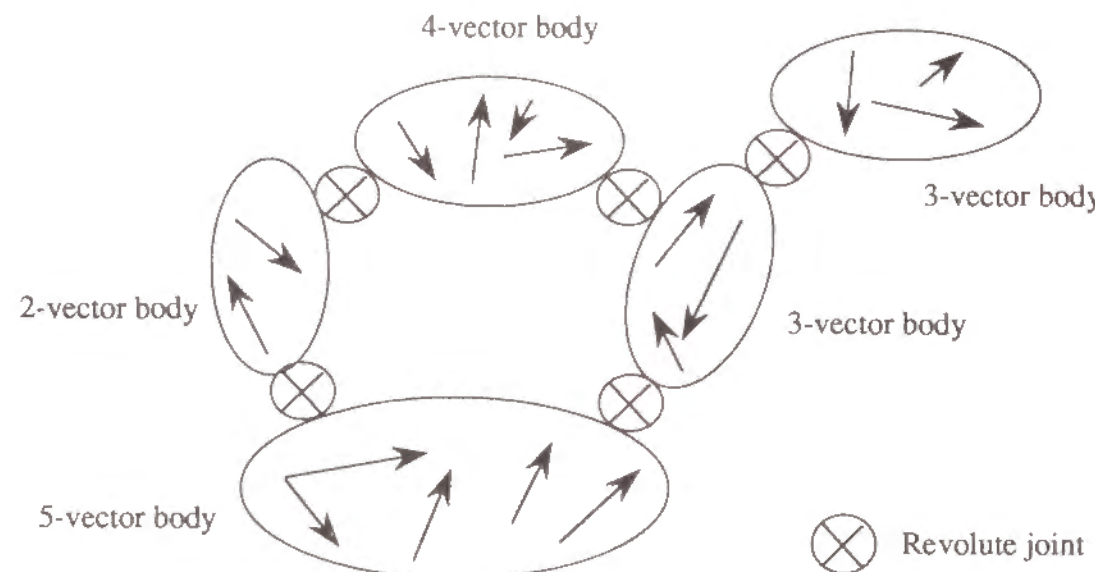


図4.1 3次元物体モデルの概念図

関節ベクトルを導入することにより、モデルベースビジョンにより取り扱うことができる物体クラスを飛躍的に拡張することができる。なお、関節ベクトル回りの回転パラメータは、両側の剛体の相対位置関係により間接的に扱うことができる。さらに、重要なこととして、関節ベクトルは両側の剛体内でその配置関係（即ち、内積およびスカラー三重積）が定義されていさえすれば、不可視であっ

ても差し支えない。

### 4.2.2 姿勢推定問題の定義と取り扱い

ここで対象とする問題は、物体-画像間の対応付けから各剛体の姿勢を推定することである。一般に、姿勢推定問題は回転推定問題と平行移動推定問題に分けて考えることができる。しかしながら、もし回転が正しく推定されれば平行移動の推定はスケール推定問題に帰着でき、この問題は長さが既知である1線分の物体-画像対応付けにより簡単に解くことができる。これは、回転推定が平行移動推定よりも優先すべき問題であることを意味する。このような理由から、本章では回転推定問題に焦点を絞って論じる。

実用的な観点からは、物体-画像対応付けが姿勢推定において非常に重要である。これについては本章では詳しく論じないが、対応付けはしばしば部分的にしか行えないし、誤った対応付けも起こりうるという点は十分に考慮すべきである。このような状況にも正しく対応できることが、ロバストなモデルベースビジョンを実現する上で重要である。

物体-画像対応付けリストが与えられた時、リストが完全であるか不完全であるかを判定する方法はたくさんある。例えば、3次元物体をグラフで記述し、グラフマッチング問題として問題を定式化することもできるが、もしも各ベクトルが対等に扱われるとすると、計算量は非常に大きくなる。計算量削減のためには、次のような幾何推論機構が確立されなければならない。

#### (1) 問題分解機構

もしも、ある姿勢推定問題がいくつかの部分問題に分解でき、これらが低い計算コストで解けるならば、全体の問題を低コストで解くことが可能になる。これを実現するためには、問題分解機構を明らかにする必要がある。

#### (2) 仮説生成のための基本問題群とその解法

各部分問題を合理的な計算コストで解くための方法として一種の仮説検証法が考えられる。ここで、仮説生成のための基本問題群を同定する必要があり、また各基本問題に対して高速解法を開発する必要がある。

#### (3) 解の集積機構

基本問題の解として生成される誤った仮説の検出や、誤対応の検出を行うため、ある種の仮説検証法が必要となる。これは、見方を変えれば解の集積機構が必要であるということになる。

以上の3つの課題に対して、本章の以下の節ではそれぞれ解を与える。まず、4.6節では(1)の観点から、最小の可解問題（基本問題と呼ぶ）がどのような性質をもち、互いにどのように関連付けられるかを示す。次に、4.8節では(2)の観点から、各基本問題を解くためのアルゴリズムを導出する。最後に、4.11節では(3)を実現するための方法の例を示す。



### 4.3 点および線分の中心投影像から得られる情報

ここでは、次節からの議論の準備として、点および線分の中心投影像の持つ情報を整理しておく。本章では、幾何解析をガウス球面上で論じる。

#### 4.3.1 点の中心投影像から得られる情報

画像上の点  $\hat{p}(\hat{x}, \hat{y}, f)$  は次式によりガウス球面上の点  $p(x, y, z)$  に写像される (図4.2)。

$$(x, y, z) = \left( \frac{\hat{x}}{\sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2 + f^2}}, \frac{\hat{y}}{\sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2 + f^2}}, \frac{f}{\sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2 + f^2}} \right)$$

この写像により、画像面上の各点は単位ベクトル  $p(x, y, z)$  に変換される。 $p$  を点ベクトルと呼ぶことにする。

点  $p(x, y, z)$  が検出されたとき、どのような情報が抽出できるだろうか？何らかの仮定を用いずに距離を復元することはできない。即ち、次式をみたす如何なる点  $P(X, Y, Z)$  も点  $p$  の解釈になりうる (図4.2)。ここで  $r$  は原点から点  $P$  までの距離を示す。

$$(X, Y, Z) = rp = (rx, ry, rz) \quad (4.1)$$

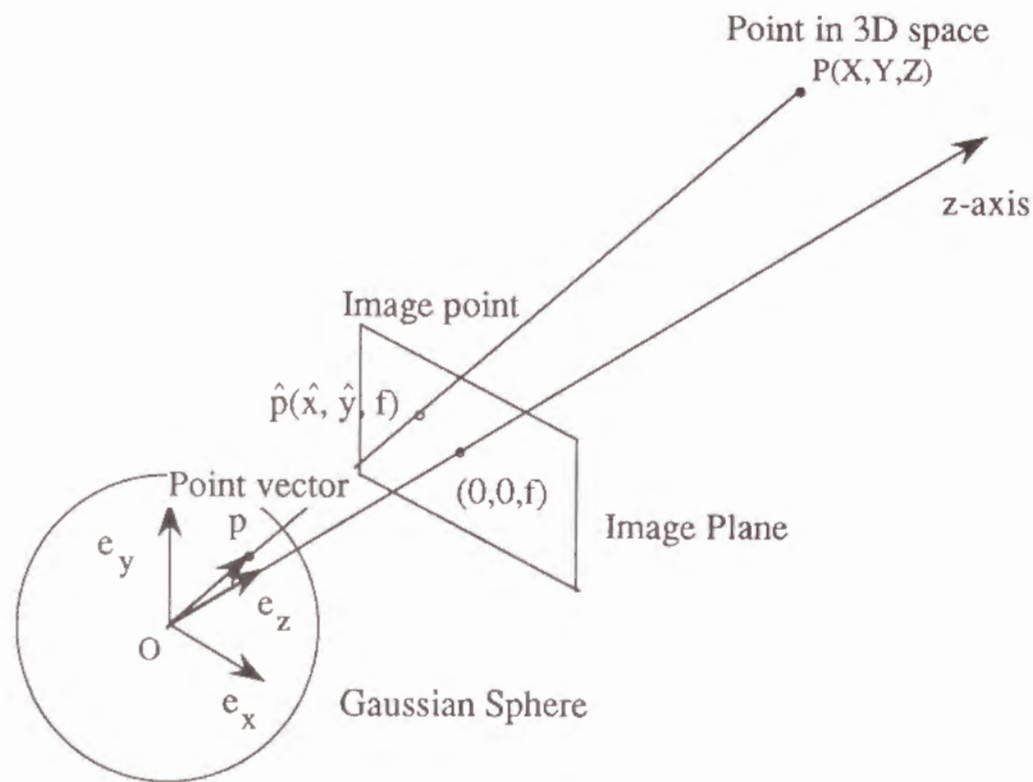
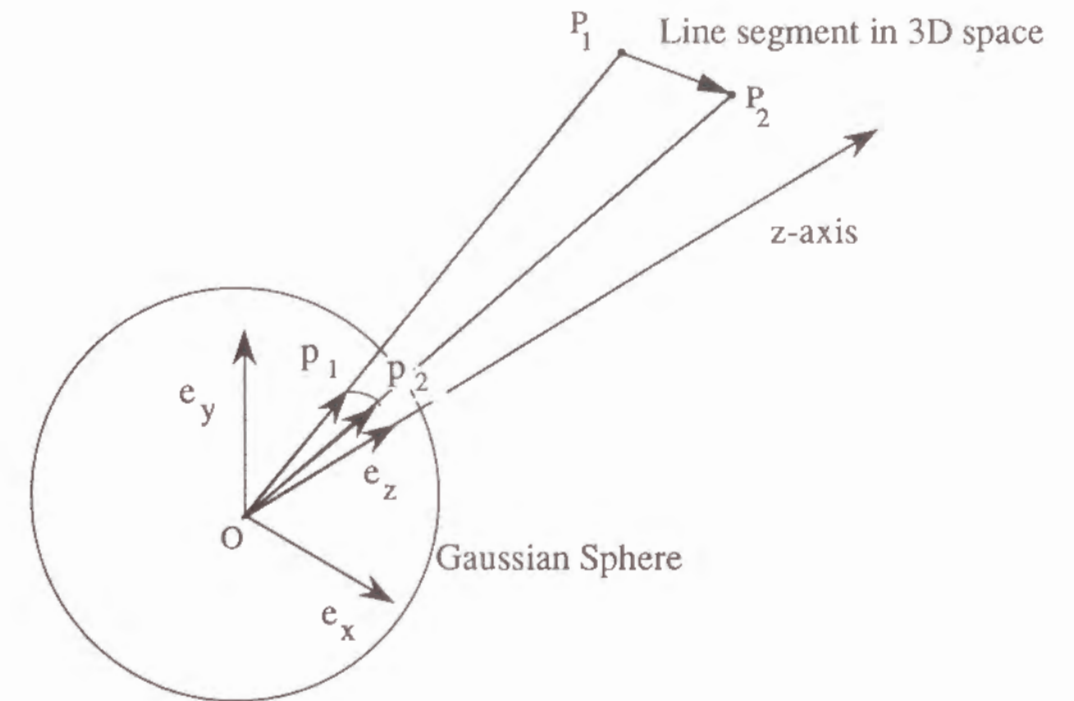


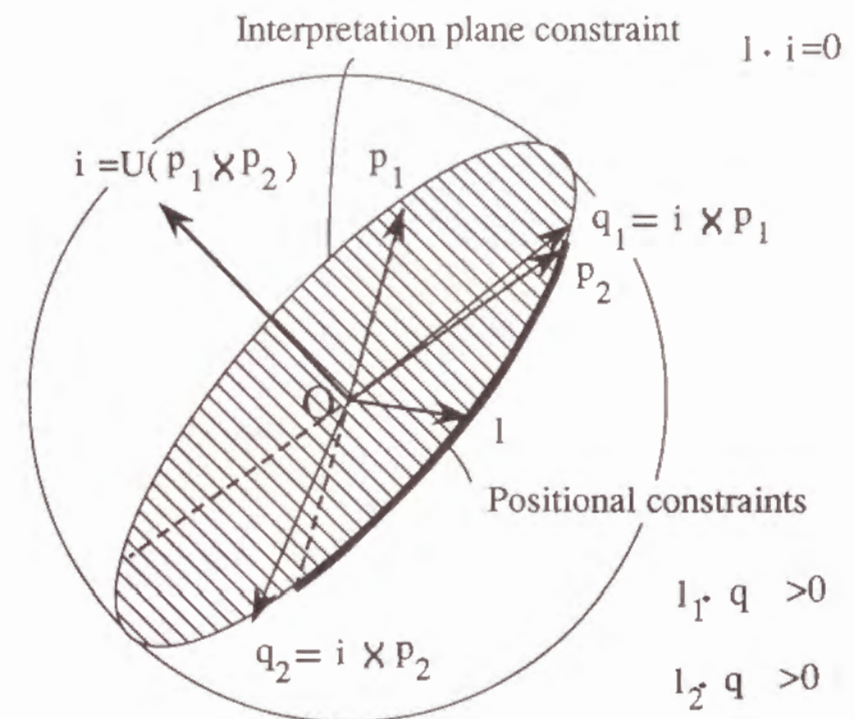
図4.2 点の中心投影像と点ベクトル

#### 4.3.2 線分の中心投影像から得られる情報

1線分が抽出されたとき、どんな情報が抽出できるだろうか？何らかの仮定なしには有限個の解釈は得られないが、3次元空間内の線分と画像上の線分の対応付けから次の2種類の拘束が得られる。



(a) 線分の中心投影像と始点・終点ベクトル



(b) 解釈平面拘束と線分位置拘束

図4.3 線分像により得られる2種類の拘束

(i) 解釈平面拘束

$p_1$  と  $p_2$  がそれぞれ有向線分  $L$  の始点と終点に対応する点ベクトルである場合を考える (図 4.3 (a))。有向線分  $L$  を含む直線を  $\tilde{L}$  で示す。このとき、直線  $\tilde{L}$  の勾配ベクトル  $l$  は次式を満たさなければならない。

$$l \cdot i = 0 \quad (4.2)$$

$$\text{但し } i = U(p_1 \times p_2) \quad (4.3)$$

式 (4.2) は、Barnard[45] が解釈平面 (Interpretation Plane) の概念で示した拘束である。これを解釈平面拘束 (Interpretation Plane Constraint) と呼ぶことにする。この拘束により、 $l$  はガウス球面上でベクトル  $i$  を法線とする平面上に拘束されるから、大円 (解釈円 (Interpretation Circle)) と呼ぶ) 上に拘束される。ここで、ベクトル  $i$  を解釈ベクトル (Interpretation Vector) と呼ぶことにする (図 4.3 (b))。

(ii) 線分位置拘束

直線  $\tilde{L}$  の勾配ベクトルは解釈円上に拘束されるだけであるが、有向線分  $L$  の勾配ベクトル  $l$  は画像上の位置によっても拘束を受ける。この拘束を線分位置拘束と呼ぶことにする。

$$l \cdot q_j > 0 \quad \text{for } j = 1, 2 \quad (4.4)$$

$$\text{但し } q_j = i \times p_j \quad (4.5)$$

ここで、 $q_1$  および  $q_2$  をそれぞれその線分の始点位置拘束ベクトルおよび終点位置拘束ベクトルと呼ぶ。また、両者を特に区別しない時、まとめて線分位置拘束ベクトル (Positional Constraint Vectors) と呼ぶことにする。

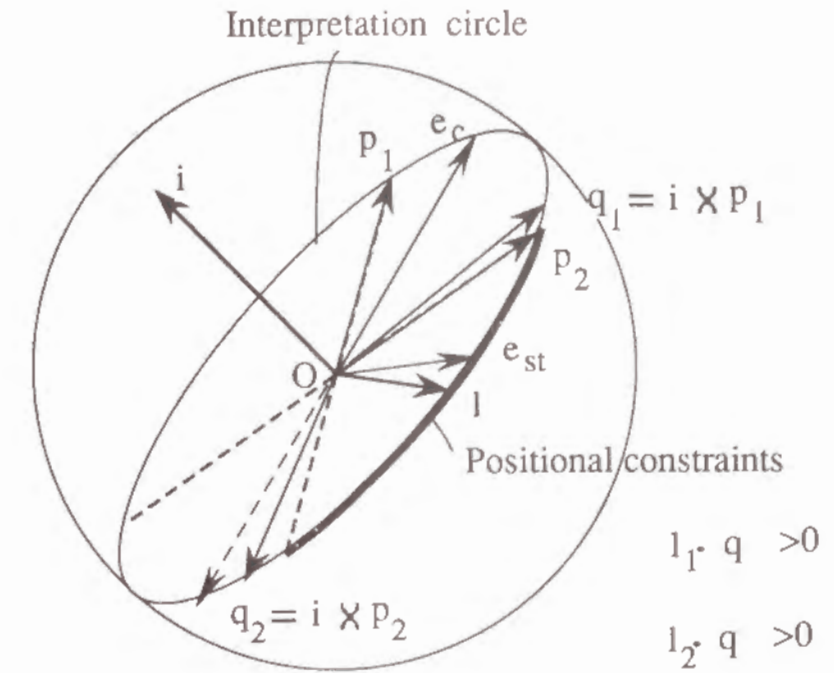
式 (4.4) は  $l$  が各端点  $p_j$  により、ガウス球面上の半円上に拘束されることを意味する。 $l$  は 2 つの線分位置拘束を満たさなければならないから、結局、長さ  $\pi - \cos^{-1}(p_1 \cdot p_2)$  の円弧上に拘束されることになる。図 4.3 (b) に  $q_1, q_2$  および  $l$  の関係を示す。

### 4.3.3 正の線分解釈と負の線分解釈

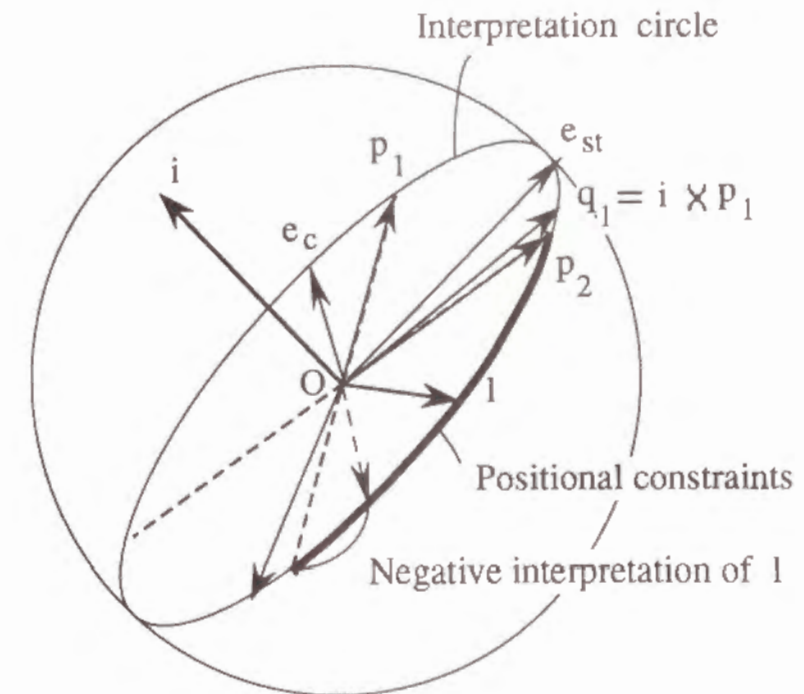
画像上の線分位置とその解釈として得られる勾配ベクトルの関係を論じておく。ガウス球面上で、線分  $L$  に関する解釈円上の 1 つの点ベクトルを  $e_c$  とする。また、これと直交し、 $e_c$  を視軸方向とした場合の画像上での線分方向を示す成分を  $e_{st}$  で表現する。

$$e_{st} = U((p_2 - p_1) - ((p_2 - p_1) \cdot e_c)e_c) \quad (4.6)$$

図 4.4 (a) は、 $e_c$  が線分像内の 1 点を通過する場合を示している。このとき、線分位置拘束から、 $l \cdot e_{st} > 0$  が恒等的に成立する。一方、図 4.4 (b) は  $e_c$  が線分像外の 1 点を通過する場合を示



(a)  $e_c$  が線分像の中にある場合



(b)  $e_c$  が線分像の中にある場合

図 4.4 線分の位置と線分解釈の正負



している。このとき、線分位置拘束から、 $l \cdot e_{st} < 0$  となる勾配ベクトルが存在し得ることが判る。これは、 $(e_{st})$  成分が負であるような勾配ベクトルがその線分の解釈として存在することを示す。この現象を、中心投影における負の線分解釈と呼ぶことにする。一方、 $l \cdot e_{st} > 0$  の解釈を正の線分解釈と呼ぶことにする。また、 $l \cdot e_{st} = 0$  の解釈を零の線分解釈と呼ぶことにする。これは  $l$  が視軸方向と一致する場合、即ち、 $l = e_c$  のときに対応している。負の線分解釈は、直交投影のもとでは絶対に生じないが、中心投影を用いる限り避けることができない。

#### 4.4 球面PAT曲線とPAT拘束の概念拡張

##### 4.4.1 PAT曲面と一般の画像面上でのPAT曲線

第3章の議論では、PAT曲線を仮想画像面  $I_V(e_c)$  上で考えていた。しかし、PAT曲線が焦点距離  $f$  の関数であることに注目すると、この概念をより一般化することができる。即ち、 $(l_1$  と  $l_2$  に関する) 第二透視動座標系を用いることにすると、PAT曲線は次式で表される曲面 (PAT曲面と呼ぶ) と平面  $c = f$  の交線として解釈できる (図4.5)。

$$\tan \Delta \alpha (s^2 + t^2 + \frac{s^2 - t^2}{\cos \Delta \beta} + 2c^2) = 2c \sqrt{s^2 + t^2 + c^2} \tan \Delta \beta \quad (\text{when } \Delta \alpha \neq \frac{\pi}{2}) \quad (4.7)$$

$$s^2 + t^2 + \frac{s^2 - t^2}{\cos \Delta \beta} + 2c^2 = 0 \quad (\text{when } \Delta \alpha = \frac{\pi}{2}) \quad (4.8)$$

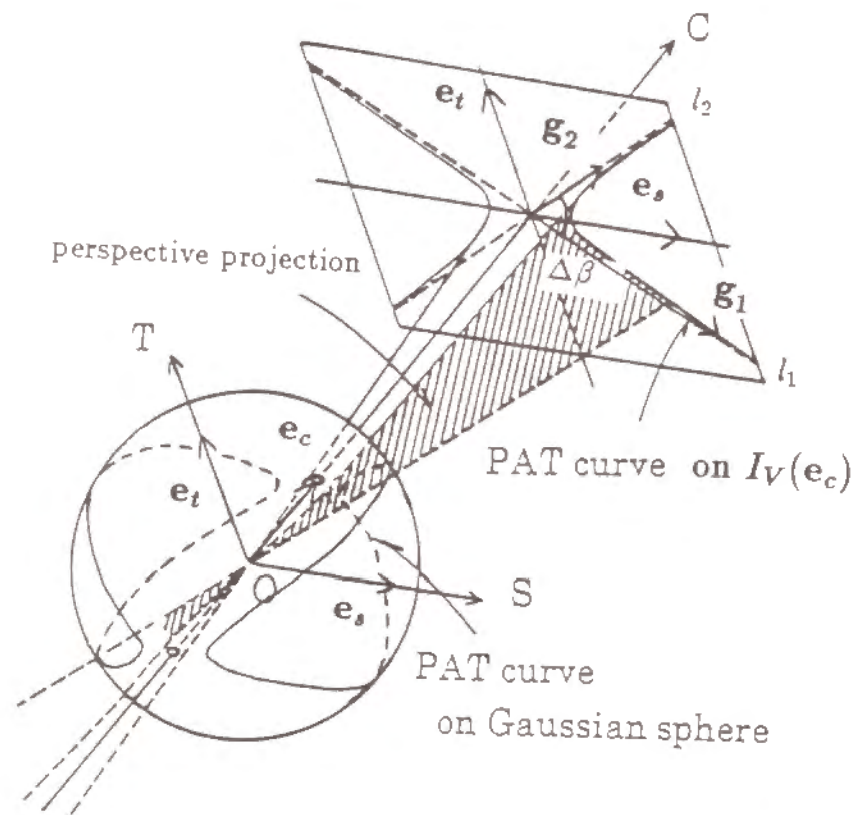


図4.5 PAT曲面とガウス球面上のPAT曲線

ここで、式(4.7)は  $\Delta \alpha \neq \pi/2$  のときのPAT曲面 (原点  $O$  を頂点とする4次曲線錐面) を表し、式(4.8)は、 $\Delta \alpha = \pi/2$  のときのPAT曲面 (双曲線錐面) を表す。PAT曲面は、中心投影法に対応する概念であり画像面の取り方に依存しない。

即ち、PAT曲面を中心にみると、 $I_V(e_c)$  上でのPAT曲線の議論は、画像面として平面  $c = f$  を用いた場合の議論として捉えられる。ここで、 $c = 1$  とすれば勾配空間 (Huffman[4], Mackworth[7], Shafer et al.[43]) におけるのと等価な議論が展開できる。また、任意の画像面を想定することにより、その上での議論が展開できる。

画像面として、視軸を中心とする半球面 ( $s^2 + t^2 + c^2 = 1$   $c > 0$ ) を想定すると、ガウス球面上のPAT曲線は次式で表せる。ここで、 $stc$  座標系に対応する極座標表示を  $r\xi\eta$  とする。

$$\cos 2\eta = \left( \frac{2 \cos \xi \tan \Delta \beta}{\sin^2 \xi \tan \Delta \alpha} - 1 - \frac{2}{\tan^2 \xi} \right) \cos \Delta \beta \quad (\text{when } \Delta \alpha \neq \pi/2) \quad (4.9)$$

$$\cos 2\eta = -\left( 1 + \frac{2}{\tan^2 \xi} \right) \cos \Delta \beta \quad (\text{when } \Delta \alpha = \pi/2) \quad (4.10)$$

$$\text{但し } (s, t, c) = (r \cos \eta \sin \xi, r \sin \eta \sin \xi, r \cos \xi) \quad (4.11)$$

##### 4.4.2 球面PAT曲線に対する要請

前章では3次元空間内の平面を想定し、この平面上の角度の見え方から平面の (方向を区別しないで) 法線の無限遠点の位置に対する拘束として、平面上のPAT曲線 (式(3.32),(3.33): 平面PAT曲線と呼ぶ) を導出した。一方、4.4.1節では、形式的な概念拡張により、画像面が球面である場合にPAT曲線 (式(4.9),(4.10): 球面PAT曲線) を導出した。ここで、球面PAT曲線の意味は視軸を中心とする半球面 ( $s^2 + t^2 + c^2 = 1$   $c > 0$ ) においては明白であるが、反対側の半球面 ( $c < 0$ ) においてはまだ議論していない。以下では、球面PAT曲線のこの半球面上の解釈について考察する。

本章の議論と前章の議論は、2つの点において本質的に異なっている。まず、本章では法線方向を左手系と右手系とで区別する必要がある。このためには、ガウス球面全体を対象とし、かつ2つの半球面を別々のものとして区別しなければならない。ここで、2線分の像に対して式(4.9)は左手系で定義される法線ベクトルの位置を拘束している。また、本章の議論では2線分の像が画像上で交点を持つとは限らない。これは、交点方向に視軸を取った場合に負の線分解釈を考慮しなければならないことを意味する (4.3節参照)。

ここで2線分の解釈の正負が不明の場合について詳しく考察しておく。図4.6(a)のように2線分が観測されたとき、これに対する解釈の正負の組合せは全部で4通りある。まず、図4.6(b1)は両方の線分がともに正の解釈を持つ最も普通の場合である。次に、図4.6(b2)は一方の線分が負の解釈をとる場合である。いま、この線分を3次元空間で解釈平面内を適当に平行移動することにより、画像上では元の像とcollinearであることを保ちつつ、正の線分解釈をとるようにできる。この時の画像上の線分の見えかたは、図4.6(c2)のようになるが、2線分の勾配は変化しないから、

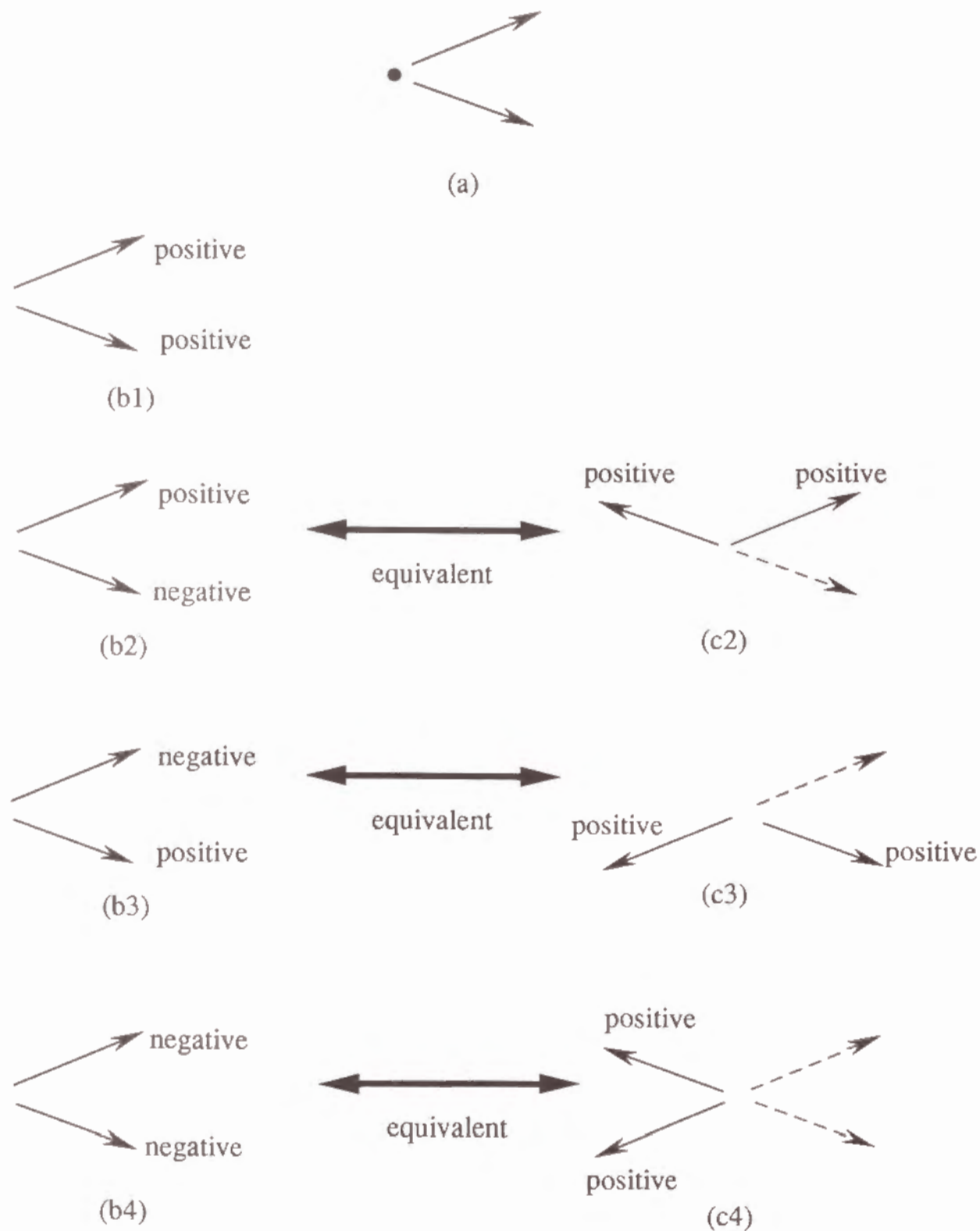


図4.6 2線分の解釈の正負と等価な正の解釈

$\mathbf{n}_{12}$  もまた変化しない筈である。これは、特定の  $\mathbf{n}_{12}$  についてのみ成り立つのではなく一般に成立する。従って、この線分の解釈の正負が判らない場合には、(b1) と (b2) の両方の解釈を包含する拘束が与えられなければならないという要請が生じる。他方の線分についても同じ議論が成り立つから、結局、図4.6 (b1) ~ (b4) の4つの解釈を包含する拘束が図4.6 (a) の見え方に対して与えられなければならないということになる。

#### 4.4.3 線分解釈の正負と $\mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{e}_c$ の関係

球面PAT曲線がこの要請を満足することを示すためには、もう少し説明が必要である。このため、線分解釈の正負と法線方向  $\mathbf{n}_{12}$  の関係を分析しよう。図4.6 (a) の配置が観測されたとき、2本の線分の勾配ベクトルを第二透視動座標系を用いて成分表示すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_1 &= \left\langle \cos \frac{\Delta\beta}{2} \sin \gamma_1, -\sin \frac{\Delta\beta}{2} \sin \gamma_1, \cos \gamma_1 \right\rangle \\ \mathbf{l}_2 &= \left\langle \cos \frac{\Delta\beta}{2} \sin \gamma_2, +\sin \frac{\Delta\beta}{2} \sin \gamma_2, \cos \gamma_2 \right\rangle \end{aligned} \quad (4.12)$$

ここで、第二透視動座標系の定義より  $0 \leq \Delta\beta \leq \pi$  である。また、 $\gamma_i$  は  $\mathbf{l}_i$  と  $\mathbf{e}_c$  の余弦であり、 $\mathbf{l}_i$  が正の解釈を取るとき  $0 < \gamma_i < \pi$ 、逆に負の解釈を取るときには  $\pi < \gamma_i < 2\pi$  が成立する。このとき、 $\mathbf{l}_1 \times \mathbf{l}_2$  の  $\mathbf{e}_c$  成分は上の2式から、次式で表される。

$$(\mathbf{l}_1 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_c = \sin \Delta\beta \sin \gamma_1 \sin \gamma_2 \quad (4.13)$$

この式は非常に重要なことを示している。 $\mathbf{l}_1$  と  $\mathbf{l}_2$  のどちらか一方が負の解釈を取るとき、 $\mathbf{n}_{12} = U(\mathbf{l}_1 \times \mathbf{l}_2)$  の  $\mathbf{e}_c$  成分は負になる。それ以外の時、 $\mathbf{n}_{12}$  の  $\mathbf{e}_c$  成分は正になる†。このことは、図4.6 (b1) および (b4) では  $\mathbf{n}_{12}$  としては、 $\mathbf{e}_c$  側の半球に、逆に、(b2) および (b3) では反対側の半球に  $\mathbf{n}_{12}$  の存在域が限定されることを示す。

#### 4.4.4 球面PAT曲線の性質と意味

球面PAT曲線が4.4.2節の要請を満たす拘束条件であることを示すために式(4.9)の左辺と右辺の差を次式で表し、その性質を調べることにする。

$$pat(\Delta\alpha, \Delta\beta, \xi, \eta) = \cos 2\eta - \left( \frac{2 \cos \xi \tan \Delta\beta}{\sin^2 \xi \tan \Delta\alpha} - 1 - \frac{2}{\tan^2 \xi} \right) \cos \Delta\beta \quad (4.14)$$

ここで、 $pat$  は以下の性質を満たす。

(i)  $\eta$  に関する  $\pi$  周期性

$$pat(\Delta\alpha, \Delta\beta, \xi, \pi + \eta) = pat(\Delta\alpha, \Delta\beta, \xi, \eta) \quad (4.15)$$

†  $\mathbf{n}_{12}$  の  $\mathbf{e}_c$  成分  $\mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{e}_c$  が正 (負) のとき、 $\mathbf{n}_{12}$  は正 (負) の解釈を持つということにする。このとき  $\mathbf{n}_{12}$  の解釈の正負は、 $\mathbf{l}_1$  と  $\mathbf{l}_2$  の解釈の符号の積と等しくなる。



(ii)  $t = 0$  に関する対称性

$$pat(\Delta\alpha, \Delta\beta, \xi, -\eta) = pat(\Delta\alpha, \Delta\beta, \xi, \eta) \quad (4.16)$$

(iii)  $s = 0$  に関する対称性

$$pat(\Delta\alpha, \Delta\beta, \xi, \pi - \eta) = pat(\Delta\alpha, \Delta\beta, \xi, \eta) \quad (4.17)$$

(iv) 線分対応付け順序に対する不変性

$$pat(-\Delta\alpha, -\Delta\beta, \xi, \eta) = pat(\Delta\alpha, \Delta\beta, \xi, \eta) \quad (4.18)$$

(v) 補角の対応付けに対する不変性

$$pat(\pi - \Delta\alpha, \pi - \Delta\beta, \xi, \pi/2 + \eta) = -pat(\Delta\alpha, \Delta\beta, \xi, \eta) \quad (4.19)$$

(vi) 補PAT曲線との関係

$$pat(\pi - \Delta\alpha, \Delta\beta, \pi - \xi, \eta) = pat(\Delta\alpha, \Delta\beta, \xi, \eta) \quad (4.20)$$

この中の (vi) と (v) を組み合わせることにより、次の関係が導かれる。

$$\begin{aligned} pat(\Delta\alpha, \pi - \Delta\beta, \xi, \pi/2 + \eta) &= pat(\pi - \Delta\alpha, \pi - \Delta\beta, \pi - \xi, \pi/2 + \eta) \\ &= -pat(\Delta\alpha, \Delta\beta, \pi - \xi, \eta) \end{aligned} \quad (4.21)$$

ここで、 $pat(\Delta\alpha, \Delta\beta, \xi, \eta) = 0$  が、図 4. 6 (a) における  $e_c$  成分が正となる半球面の PAT 曲線を意味するとする。いま、図 4. 6 (c2) では  $\mathbf{l}_1$  と  $\mathbf{l}_2$  の位置が逆転しているから、4.4.3 節と同様の議論から  $\mathbf{n}_{12} = U(\mathbf{l}_1 \times \mathbf{l}_2)$  の  $e_c$  成分は負となる。よって、式 (4.21) の左辺 = 0 は図 4. 6 (c2) における  $e_c$  成分が負となる半球面の PAT 曲線を意味する。一方、右辺 = 0 は図 4. 6 (b2) における  $e_c$  成分が負となる半球面の PAT 曲線を意味する。ここで、式 (4.21) は恒等式であることから、この 2 つの PAT 曲線が一致することが証明された。よって、球面 PAT 曲線 (式 (4.9)) を球面全体で考えることにより、図 4. 6 の (b1) および (b2) を統一的に表せることになる。

さらに、図 4. 6 (c3) および (c4) は上の関係 (i) を用いて、それぞれ (c2) および (a) に帰着できるから、球面 PAT 曲線は 4.4.2 節で示した全ての要請を満足する。即ち、4 つの状況のどれもが同じ球面 PAT 曲線で取り扱われていることになる。従って、球面 PAT 曲線を用いることにより、線分解釈の正負を陽に意識することなく全ての解釈を取り扱うことができる。

#### 4.4.5 PAT 拘束の再定式化

以上の議論から、PAT 拘束を有向ベクトルと球面 PAT 曲線を用いて再定式化できることが判った。この関係を簡潔にまとめると以下ようになる。まず、PAT 拘束を  $\mathbf{l}_1$  と  $\mathbf{l}_2$  の両方に垂直な、次式で表されるベクトルに対する拘束として扱う。

$$\mathbf{n}_{12} = U(\mathbf{l}_1 \times \mathbf{l}_2) \quad (4.22)$$

座標系としては、前章で定義した第二透視動座標系を用いる。即ち、視軸方向を  $e_c$  として、直交基底が次式で定義される  $stc$  系 (左手系) を用いる<sup>†</sup>。なお、3.4.2 節の定義では  $s$  軸の定義を 2 つの線分のなす角度の二等分線として定義している。これを有向線分に対する定義にすると式 (4.23) が得られる。即ち、両者は矛盾するものではない。

$$\begin{pmatrix} e_s \\ e_t \\ e_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U(U(\mathbf{i}_1 \times e_c) + U(\mathbf{i}_2 \times e_c)) \\ e_c \times e_s \\ e_c \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

前章と同様に、 $xyz$  系と  $stc$  系を区別するため、前者を  $(x, y, z)$  で、また後者を  $(s, t, c)$  で表すことにする。 $xyz$  系から  $stc$  系への座標変換は次の直交行列で表せる。

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} e_x \cdot e_s & e_y \cdot e_s & e_z \cdot e_s \\ e_x \cdot e_t & e_y \cdot e_t & e_z \cdot e_t \\ e_x \cdot e_c & e_y \cdot e_c & e_z \cdot e_c \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

ここで、 $\mathbf{R}$  は直交行列であるから、 $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$  である。

空間内の角度  $\Delta\alpha_{12}$  と画像上の角度  $\Delta\beta_{12}$  は次式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} \Delta\alpha_{12} \\ \Delta\beta_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^{-1} \mathbf{l}_1 \cdot \mathbf{l}_2 \\ \frac{e_c}{U(\mathbf{i}_1 \times \mathbf{i}_2)} \cos^{-1} \mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{i}_2 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

なお、 $\mathbf{i}_1 \times \mathbf{i}_2 = 0$  の場合、 $\Delta\beta$  は次式で定義する。

$$\Delta\beta_{12} = \cos^{-1} \mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{i}_2$$

<sup>†</sup>  $[\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, e_z] \neq 0$  の時、 $e_c$  は次式で表せる。

$$e_c = \frac{[\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, e_z]}{[\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, e_z]} U(\mathbf{i}_1 \times \mathbf{i}_2)$$

$[\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, e_z] = 0$  の時、もしも  $\mathbf{i}_1 \times \mathbf{i}_2 \neq 0$  の場合には、 $e_c$  の定義を次式とする。

$$e_c = U(\mathbf{l}_1 \times \mathbf{l}_2)$$

$\mathbf{i}_1 \times \mathbf{i}_2 = 0$  の時には、幾何的な定義はできないが、画像上の光学情報などを用いて  $e_c$  を特定できる場合には、以下の議論を適用できる。即ち、4.4.6 節で述べるような特殊な状態をも同等に取り扱うことができる。

$\Delta\alpha_{12}$  と  $\Delta\beta_{12}$  が与えられたとき、 $\mathbf{n}_{12}$  は次の曲線上に拘束される†。

$$\cos 2\eta = \left( \frac{2 \cos \xi \tan \Delta\beta_{12}}{\sin^2 \xi \tan \Delta\alpha_{12}} - 1 - \frac{2}{\tan^2 \xi} \right) \cos \Delta\beta_{12} \quad (4.26)$$

この曲線上の一点が選択されると、 $\mathbf{n}_{12}$  は  $stc$  系で次のように表せる。

$$\mathbf{n}_{12} = \langle s, t, c \rangle = \langle \cos \eta \sin \xi, \sin \eta \sin \xi, \cos \xi \rangle \quad (4.27)$$

なお、式 (4.27) において、 $\xi$  と  $\eta$  は  $c$  軸を回転軸とする時のそれぞれ緯度 ( $0 \leq \xi \leq \pi$ ) と経度 ( $0 \leq \eta \leq 2\pi$ ) を表す。式 (4.26) は、経度の簡単な関数  $\cos 2\eta$  が緯度  $\xi$  の 1 価関数で表されることを示す。

#### 4.4.6 球面 P A T 曲線の性質

第 3 章では、 $\Delta\alpha$  の補角 ( $\pi - \Delta\alpha$ ) に対応する P A T 曲線として補 P A T 曲線を定義した。別の解釈として、P A T 曲線では  $\mathbf{n}_{12}$  が  $\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2$  に対して左手系で定義されるのに対し、補 P A T 曲線では  $\mathbf{n}_{12}$  が右手系で定義されると解釈することもできる。

式 (4.26) より、球面 P A T 曲線の持つ性質をまとめると以下のようになる。

- (i)  $\Delta\alpha$  と  $\Delta\beta$  が既知のとき、 $\cos 2\eta$  は式 (4.26) により  $\xi$  の一価関数として表現される。
- (ii) P A T 曲線は平面  $s = 0$  および平面  $t = 0$  に関して対称である。即ち、 $(\xi, \eta)$  が P A T 曲線上にあるならば、 $(\xi, \pi - \eta)$ 、 $(\xi, -\eta)$  は、同じ P A T 曲線上にある。従って、 $c$  軸に対しても対称である。即ち、 $(\xi, \eta)$  が P A T 曲線上にあるならば、 $(\xi, \pi + \eta)$  は、同じ P A T 曲線上にある。
- (iii) P A T 曲線は平面  $c = 0$  に関して、補 P A T 曲線と対称である。即ち、 $(\xi, \eta)$  が P A T 曲線上にあるとき、 $(\pi - \xi, \eta)$  は補 P A T 曲線上にある。

† 第二透視動座標系の代わりに、直交基底が次式で定義される  $s't'c'$  座標系 (左手系) を用いることもできる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{e}_{s'} \\ \mathbf{e}_{t'} \\ \mathbf{e}_{c'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U(U(\mathbf{i}_1 \times \mathbf{e}_{c'}) + U(\mathbf{i}_2 \times \mathbf{e}_{c'})) \\ \mathbf{e}_{c'} \times \mathbf{e}_{s'} \\ U(\mathbf{i}_1 \times \mathbf{i}_2) \end{pmatrix} \quad (4.23)'$$

$s't'c'$  系は第二透視動座標系と本質的に等しいが、第二透視動座標系では  $c$  軸の向きが常に視軸方向に一致するのに対し、 $s't'c'$  系では  $c'$  軸は場合によって視軸と反対方向になる点が異なる。どちらの座標系で議論するかは自由であるが、 $s't'c'$  系を採用する場合、角度を非負として扱うことができる。即ち、式 (4.25) が次のように代る。

$$\begin{pmatrix} \Delta\alpha_{12} \\ \Delta\beta_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^{-1} \mathbf{l}_1 \cdot \mathbf{l}_2 \\ \cos^{-1} \mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{i}_2 \end{pmatrix} \quad (4.25)'$$

本章では、前章との議論の連続性から第二透視動座標系を用いることにする。なお、 $s't'c'$  系においても、 $\mathbf{i}_1 \times \mathbf{i}_2 = 0$  の場合に式 (4.23)' では  $\mathbf{e}_{c'}$  が定義不能になる。

- (iv)  $\Delta\alpha \neq \pi/2$  の時、P A T 曲線は平面  $c = 0$  に関して非対称である。即ち、 $(\xi, \eta)$  が P A T 曲線上にあるとき、一般には  $(\pi - \xi, \eta)$  はその P A T 曲線上にはない。一方、 $\Delta\alpha = \pi/2$  の時、P A T 曲線は平面  $c = 0$  に関して対称である。

- (v) P A T 曲線は  $\Delta\alpha$  の値に拘りなく、大円

$$\eta = \pi/2 \pm \Delta\beta/2 \quad (4.33)$$

と平面  $c = 0$  (あるいは  $\xi = \pi/2$ ) で交わる。この 2 点の特異点であり、P A T 曲線は補 P A T 曲線とこの 2 点で交差する。なお、これは平面上の P A T 曲線が  $\Delta\alpha$  に依存しない漸近線 (式 (3.41)) を持つことに対応する。

- (vi) 平面上では扱えなかった  $\Delta\beta = 0$  あるいは  $\Delta\beta = \pi$  および  $\Delta\alpha = 0$  の場合についても、ガウス球面上では式 (4.26) により扱うことができる。

- (1)  $\Delta\beta = 0$  かつ  $\Delta\alpha \neq 0$  のとき

$\Delta\alpha$  の値に拘らず、P A T 曲線は次の 2 点で表される。

$$(\eta, \xi) = (\pm\pi/2, \pi/2) \quad (4.34)$$

即ち、 $\mathbf{n}_{12} = \langle 0, \pm 1, 0 \rangle$  が成立する。但し、ここで  $\Delta\beta = 0$  とは、画像上で 2 つの線分が collinear であることを意味し、交点は一般に不定である。何らかの理由で、交点が判るときにのみこの議論は有効である。

- (2)  $\Delta\beta = \pi$  かつ  $\Delta\alpha \neq 0$  のとき

$\Delta\alpha$  の値に拘らず、P A T 曲線は次の 2 点で表される。

$$(\eta, \xi) = (\pi/2 \pm \pi/2, \pi/2) \quad (4.35)$$

即ち、 $\mathbf{n}_{12} = \langle \pm 1, 0, 0 \rangle$  が成立する。なお、 $\Delta\beta = \pi$  とは、画像上で 2 つの線分が collinear であることを意味し、交点は一般に不定である。(1) と同様に、この議論もまた、何らかの理由で交点が判るときにのみ有効である。また、(1) と (2) では異なった表示が得られているが、これは第二透視動座標系の取り方によるものであり、本質的には同じ現象を示している。

- (3)  $\Delta\beta \neq 0$  かつ  $\Delta\alpha = 0$  のとき

これは、3 次元空間で平行 ( $\Delta\alpha = 0$ ) な 2 直線が画像上に 2 本観測される場合に相当する。このとき、 $\Delta\beta$  の値に拘らず、ガウス球面上の P A T 曲線として次式が得られる。

$$\cos \xi = 0 \quad (4.36)$$



即ち、 $s^2 + t^2 = 1$  を満たす大円がこの場合のPAT曲線になる。これは、2直線方向ベクトルが  $l_1 = l_2 = \langle 0, 0, \pm 1 \rangle$  で与えられることと双対であり、従来の3次元平行線の像からの直線勾配決定法の妥当性をPAT曲線概念から示したものと見ることもできる。

(4)  $\Delta\beta = 0$  かつ  $\Delta\alpha = 0$  のとき

3次元空間で平行( $\Delta\alpha = 0$ )な2直線が画像上でcollinear( $\Delta\beta = 0$ )な場合に相当し、(3)の特殊ケースである。このとき、PAT曲線は不定になり、ガウス曲面上のあらゆる点がPAT拘束を満足する。これは、この条件では2直線に対応する方向ベクトル  $l_1$  および  $l_2$  を特定できない(線分の解釈平面上に自由度1である)のと双対な関係にある。

## 4.5 複数線分に対する拘束

### 4.5.1 2線分に対する拘束

前二節の議論を踏まえて本題に戻ろう。2線分  $L_j (j = 1, 2)$  が画像上で観測され、これらに対応する3次元空間内の勾配ベクトル  $l_1$  および  $l_2$  の内積  $l_1 \cdot l_2$  が既知のとき、PAT拘束と各線分に対応する線分拘束が同時に満足されなければならない。以下ではこれらの関係を調べることで、2線分から得られる情報を明確にする。

$l_j (j = 1, 2)$  を復元するにあたっては、PAT拘束に2つの線分拘束を組み合わせなければならない。ここで、どちらの線分も解釈平面拘束と線分位置拘束を満たさなければならないから、 $l_j$  は次式を満たす。

$$l_j \cdot i_j = 0 \quad (4.28)$$

$$l_j \cdot q_{jk} > 0 \quad \text{for } k = 1, 2 \quad (4.29)$$

$$\text{where } i_j = U(p_{j1} \times p_{j2}) \quad \text{and} \quad q_{jk} = i_j \times p_{jk}$$

一方、式(4.22)より  $n_{12}$  は  $l_j$  と直交しなければならないから

$$n_{12} \cdot l_j = 0 \quad (4.30)$$

が成り立つ。式(4.28)および式(4.30)から、 $l_1$  の2つの候補が得られる。

$$l_1 = \pm U(n_{12} \times i_1) \quad (4.31)$$

ここで、2つの候補はガウス球面上の大円の直径の両端に位置するから、このうち少なくとも一方は(半円に対応する)1つの線分位置拘束に必ず違反する。さらに、場合によっては2つの線分位置拘束によって両方の候補がともに棄却されることもある。もしも、一方の  $l_1$  が残った時、 $l_2$  が次式により求められる。

$$l_2 = \cos \Delta\alpha_{12} l_1 + \sin \Delta\alpha_{12} (l_1 \times n_{12}) \quad (4.32)$$

この段階で、 $l_2$  に対する線分位置拘束により  $l_1$  に対するのと同様に候補の棄却が行われる。このようにして、一般にPAT拘束は全ての線分位置拘束により拘束を受ける。また、拘束は双方向に作用するから、PAT拘束もまた線分位置拘束を拘束することになる。図4.7は  $n_{12}$  と  $l_j$  の適合範囲を示す。これは、PAT拘束と2対の線分位置拘束が互いの適合範囲を強く拘束していることを示す。極端な場合には、互いの拘束により適合範囲がなくなってしまう、結果として線分対応付けが誤りであることが分かる場合もありうる。

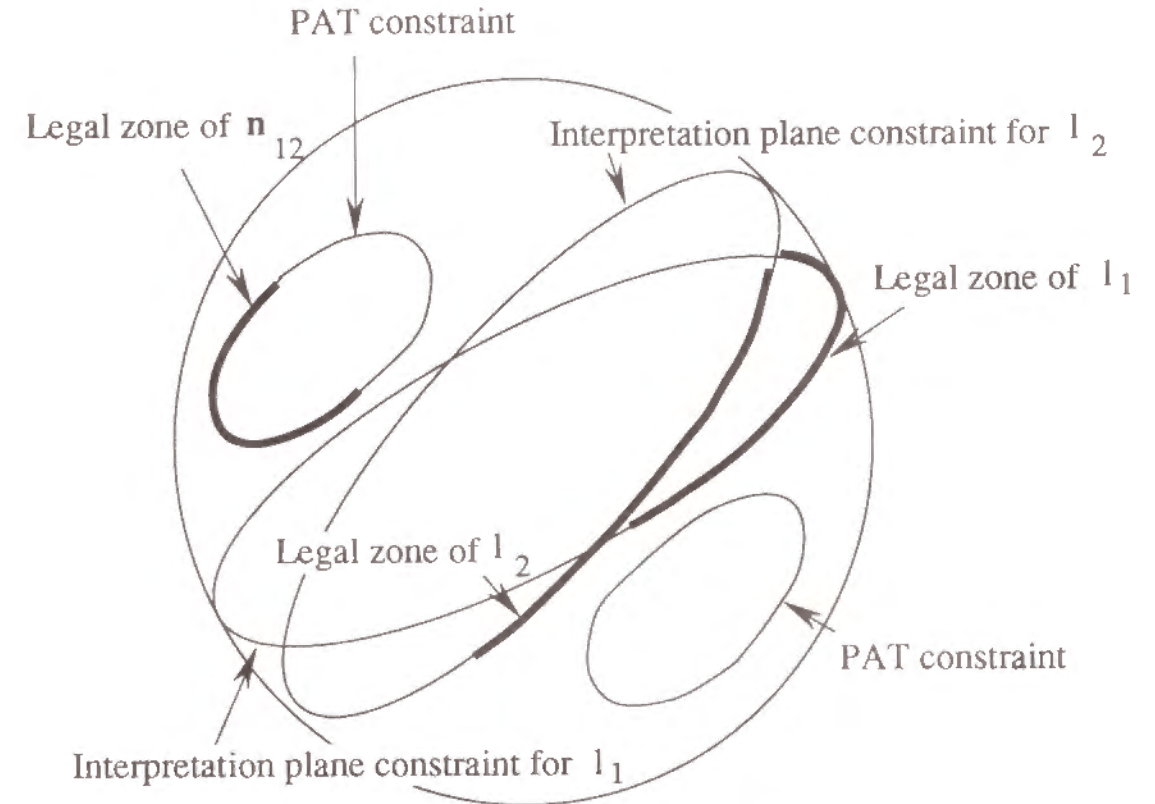


図4.7 2本の線分像に対する拘束

### 4.5.2 3本以上の線分に対する拘束

3線分  $L_j (j = 1, 2, 3)$  が画像上で観測され、各線分に対応付けられる勾配ベクトル  $l_j$  に対して、内積  $l_j \cdot l_k (j \neq k)$  およびスカラー三重積  $[l_1, l_2, l_3]$  が既知のとき、どのような情報が得られるだろうか？

この問題に対しては既に幾つかの代数方程式が得られている。前章では三直交および二直交の場合、それぞれ問題が2次方程式および4次方程式に帰着できることを示した。一般の場合に対しては、Dhome et al.[51]が8次方程式を導出し、この問題の解の数の上限が8個であることを示した。また、Horaud et al.[31]は3線分が共通交点を持つ場合、4次方程式に帰着できることを示している。さらに、Shakunaga-Kaneko(関連発表[6])は一般の場合に対して、また、Barnard[28]および



Horand et al.[39] はそれぞれ特定の場合に対して探索解法を示している。ここで重要なのは、どの解法を用いるにせよ、得られる解の候補に対して線分位置拘束を適用し、不合理な解を取り除かなければならないことである。

$n(> 3)$  線分問題には、 $nC_3 = n(n-1)(n-2)/6$  組の 3 線分問題が含まれている。このうちの 1 つを選んで解くことにより回転の候補を抽出でき、その他の線分で検証することにより実現可能な解を全て求めることができる。一般的には、線分の数が増えるにつれて、解の候補は強く制限される。一般位置の場合、 $n(3 \leq n \leq 10)$  線分が観測された時の候補数の上限は  $11 - n$  になる。

## 4.6 角度からの姿勢推定問題群

### 4.6.1 $n$ ベクトル剛体

ある剛体が  $n$  ベクトル剛体として表現されているとする。もし  $n \geq 3$  ならば、最大 8 個の回転候補を物体 - 画像対応付けからみつけることができる。これには、例えば 4.5.2 節で述べた方法のどれかを用いればよい。ここで、空間中の距離が既知の線分の像が画像上で検出できれば、与えられた回転から平行移動を求めることができる。回転と平行移動が推定されると、3 次元物体を逆投影することによりその姿勢推定が正しいか否かを確かめることができる。

一方、 $n < 3$  のときには、回転行列を  $n$  ベクトル剛体内で推定することはできない。しかし、その剛体は他の剛体と回転関節で接続されている場合には、以下の節で述べるように、しばしば姿勢推定が可能になる。

### 4.6.2 可視関節軸で接続された 2 剛体

$n$  ベクトル剛体  $B_n$  と  $m$  ベクトル剛体  $B_m$  が可視関節軸  $j$  で接続されている場合を考える。ここで、 $j$  は両側の剛体に拘束されるから、両方の剛体に属す特殊なベクトルとみなすことができる。ここで、問題は 3 つの部分問題に分解できる。

- (1)  $(n+1)$  ベクトル剛体問題:  $(B_n + j)$
- (2)  $(m+1)$  ベクトル剛体問題:  $(B_m + j)$
- (3) 上の 2 問題の無矛盾性のチェック

このうち 2 つの部分問題は剛体問題であり、4.6.1 節の議論に帰着できる。また、最後の部分問題は簡単な無矛盾性チェックで実現できる。即ち、 $j(B_n)$  と  $j(B_m)$  がそれぞれの剛体問題から求められる  $j$  の解釈であったとする。このとき、内積  $j(B_n) \cdot j(B_m)$  がいき値より大か否かで 2 つの解釈の無矛盾性を検定できる。

従って、可視関節軸が存在するときには必ず問題は 2 つの部分問題に分解できる。 $\min(n, m) \geq 2$  ならば、両側の部分問題を独立に解くことができる。このとき、一方の剛体の他方に対する回転は、両側の剛体に関する座標変換から間接的に求められる。

### 4.6.3 不可視関節軸で接続された 2 剛体

$n$  ベクトル剛体  $B_n$  と  $m$  ベクトル剛体  $B_m$  が不可視関節軸  $j$  で接続されている場合を考える。この問題は  $\min(n, m) \geq 2$  のとき解くことができるが、これらは大きく 3 つの場合に分けることができる。

- (1)  $\min(n, m) \geq 3$  のとき — 両側の剛体  $B_n$  および  $B_m$  を関節軸  $j$  を考慮しない独立の剛体として扱って 4.6.1 節の議論により解くことができる。このとき、関節軸  $j$  は無矛盾性のチェックに用いる。
- (2)  $n \geq 3$  および  $m = 2$  のとき —  $B_n$  に関する  $n$  ベクトル剛体問題を 4.6.1 節の議論により解くことができ、 $B_m$  を無矛盾性のチェックに用いることができる。
- (3)  $n = m = 2$  のとき — 両側の剛体問題はともに独立には解くことができない。しかし、両者を一括して取り扱うことにより、この問題を解くことができる。即ち、各 2 ベクトル剛体  $B_n$  および  $B_m$  により、関節軸  $j$  はガウス球面上の曲線上に拘束されるから、この交点を全て求めることにより関節軸の全ての候補を求めることができる (図 4.8)。

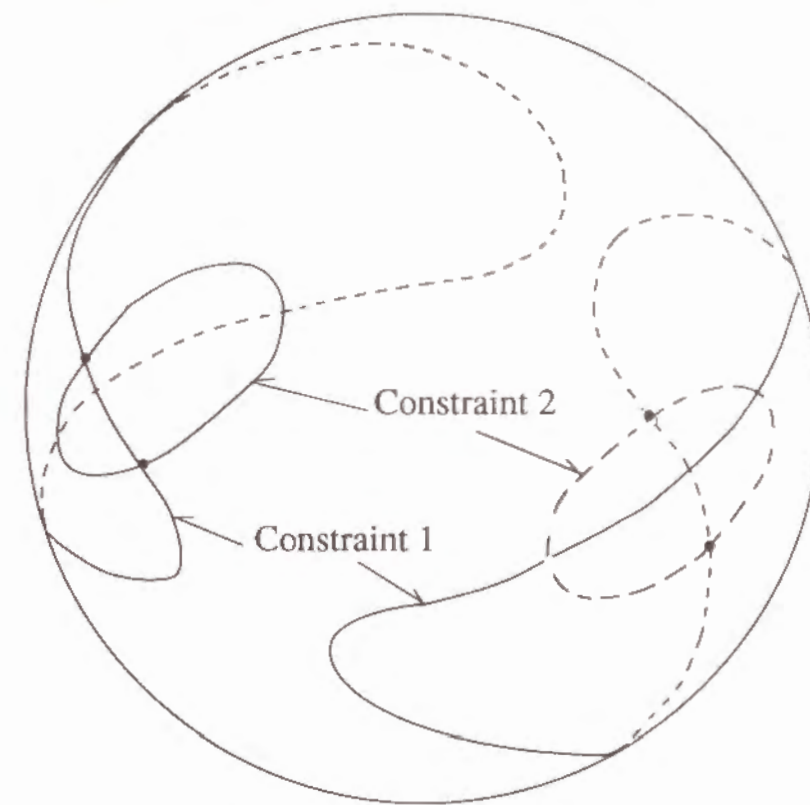


図 4.8 2 曲線の交点による関節軸の検出

上の分類により、不可視関節軸によってどのような種類の情報が付加されるかが明らかになった。ここで、3 個以上の剛体が不可視関節軸により接続されており、かつ各剛体がすべて複数ベクトルを



持つときには、各剛体間で上記の情報交換が可能であり、結果として系全体で矛盾する解を取り除くことができる。

しかし、実はもっと厳しい条件でも回転の推定をできる場合がある。これを体系的に導出するためには、上の分類(3)がとりわけ重要である。即ち、(3)は不可視関節軸を考慮せずに独立に扱っていたのでは解けない問題が、不可視関節軸を考慮することにより解けるようになる典型例である。これは単純な1つの例に過ぎないが、この議論は次節で示すように可解な一群の問題に一般化することができる。

#### 4.6.4 不可視関節軸の再帰構造

さて、可解な問題群を生成するための基本規則を抽出しよう。この目的のため、問題の木表現を導入する。ノードは剛体を表すものとし、枝の数がその剛体に含まれるベクトルの数(但し、関節軸を含む)に対応するものとする。ある枝が関節軸に対応しないとき、この枝は終端される。関節軸に対応するとき、枝は別の剛体に対応する他のノードに接続される。実線は可視ベクトルを表し、破線は不可視ベクトルを表す。なお、関節軸でない不可視ベクトルは省略するものとする。

上記の記法により、前節までに取り扱った問題は図4.9のように表すことができる。図4.9(a)は4.6.1節で論じた $n$ ベクトル剛体を示す。図4.9(b)は4.6.2節で論じた、 $n$ ベクトル剛体と $m$ ベクトル剛体が可視関節軸で接続された場合を示す。関節軸が不可視のとき木表現は図4.9(c)のようになる。

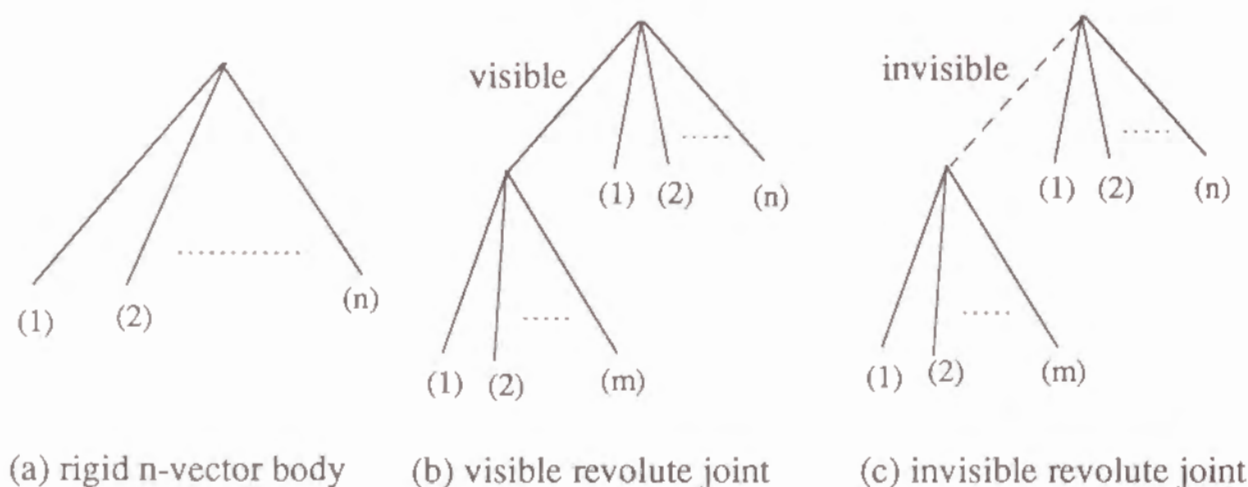


図4.9 角度に基づく姿勢推定問題の木表現

議論を進めるために、2つの最も簡単な場合に注目しよう。図4.10(a)は図4.9(a)で $n=3$ の場合であり、一方図4.10(b)は図4.9(c)で $n=m=2$ の場合である。この2つの木は、どちらも可解であり、かつもう1本のベクトルが不可視になると問題が可解でなくなるという意味で重

要である。このような性質を持つ問題を、今後、基本問題 (Primitive Problem) と呼ぶことにする。この二つの基本問題を注意深く比較することにより、次の定理5が得られる。

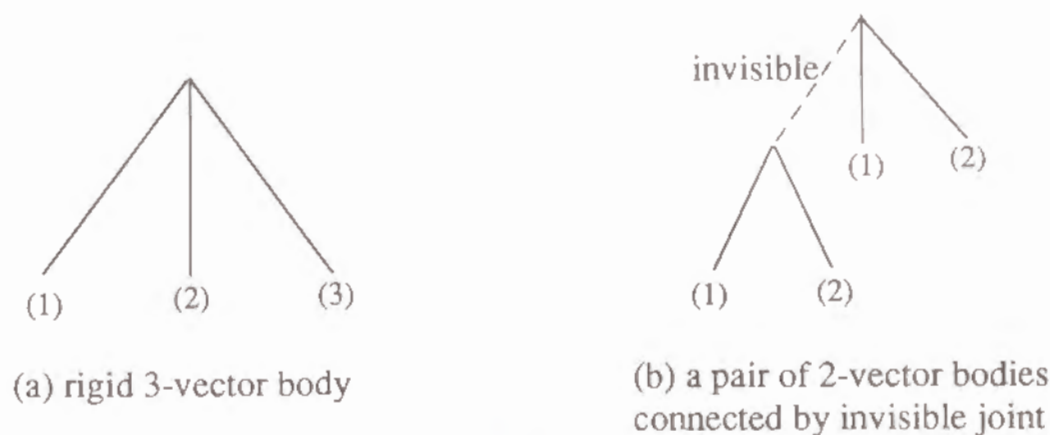


図4.10 簡単な2つの基本問題の木表現

#### 定理5 基本問題の置き換え

もしもある基本問題中の関節軸でない1つの可視ベクトルを、2ベクトル剛体に接続している不可視関節ベクトルに置き換えると、新しい問題はまた基本問題である。

(証明)

ある基本問題に対応する木表現を  $T_1$  とする。1で  $T_1$  中の1つの可視ベクトルを示す。ここで、1を不可視関節軸  $j$  で置き換えると、 $T_1$  が基本問題であることから、 $j$  は残りの部分  $T_1 - 1$  によって、ガウス球面上の曲線に拘束される。一方、 $j$  が2ベクトル剛体 ( $T_2$ ) に接続されているという仮定から、 $j$  はガウス曲面上で別の曲線にも拘束される。従って、 $j$  は2つの曲線の全ての交点を検出することにより求められる。これは、 $T_1 - 1$  と  $T_2$  が不可視関節軸  $j$  で接続されて構成される木が可解であることを意味する。

一方、同様の議論により、この木から1可視ベクトルを除去することにより生成される木は可解でないことが証明される。従って、この木は基本問題である。

(証明終り)

定理5は再帰的に適用できるから、機械的操作により基本問題の一群を生成することができる。図4.11に基本問題の例を示す。上段は図4.10(a)の幾つかのベクトルを不可視関節軸に置き換えたものである。下段は再帰的置き換えにより生成されるより複雑な構造を示す。

ここで、図4.11(c)および(e)に示したように、可視ベクトルを1つも含まない剛体が木の中に存在しても、定理5が再帰的に正しく適用されてさえいれば差し支えない。この一群の中では、可視ベクトルの数は常に不可視関節軸の数よりも丁度3大きい。

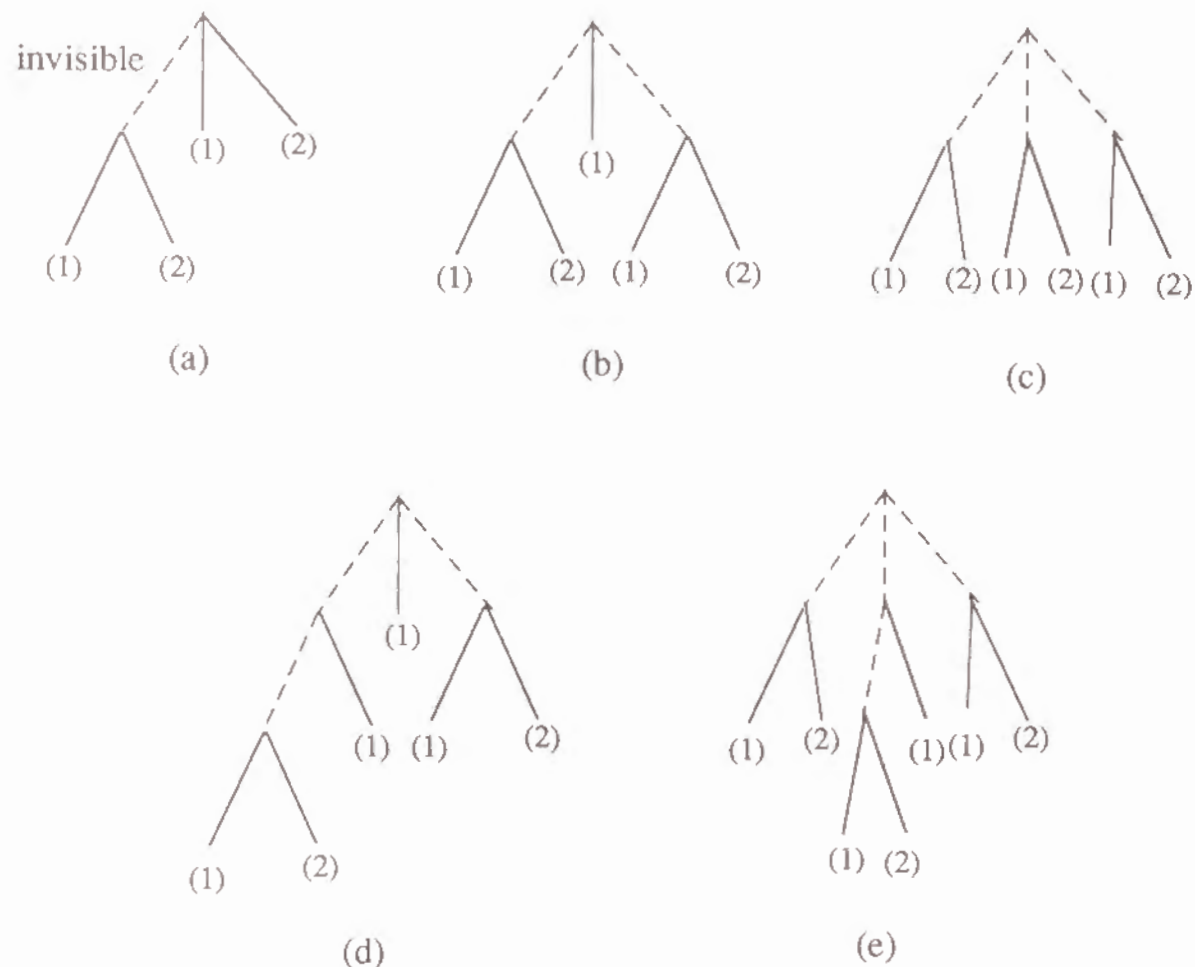


図 4.1.1 基本問題の例

実用的な観点からは、この問題群はあまりにも多くの基本問題を含み過ぎている。問題群は明らかに無限集合を形成するが、これら全てに対して解法を用意する必要はない。問題群の中の幾つかの簡単な基本問題を合理的な時間内に解くことができれば、実際の物体認識問題で生じる問題の殆んどを取り扱うことができる。

問題群の中で最も簡単なものは何だろうか？この質問に答えるためには、もう少し考察が必要である。定理 5 はある基本問題を、それよりも少し複雑な問題に変換する。逆に、基本問題をそれよりも少し簡単な問題に変換するための逆定理が欲しい。好運なことに、置き換えは双方向に可能であるから、次の定理 6 が成立する。

#### 定理 6 基本問題の逆置き換え

ある基本問題において、2 ベクトル剛体に接続された不可視関節軸を、1 つの可視ベクトルに置き換えることにより生成される問題もまた基本問題である。

定理 6 を図 4.1.0 (a) の木表現に対応する 3 ベクトル剛体問題に適用することにより、興味深い

事実が導かれる。まず、図 4.1.0 (a) は 1 つの可視ベクトルに平行な仮想の不可視関節軸で 2 ベクトル剛体と 1 ベクトル剛体が接続されている問題 (図 4.1.2 (a)) と等価である。ここで、図 4.1.2 (a) に対して定理 6 を適用することにより、基本問題として 2 本の平行ベクトルからなる問題 (図 4.1.2 (b)) が得られる。これは、従来の平行性に基づく無限遠点の解析 (Kender[21], Nakatani et al.[47]) を基本問題群の最も簡単なものとみなすことができることを示す。なお、この問題では物体-画像対応付けから線分の勾配を推定することはできるが、3 次元物体の回転を決定できないことは言うまでもない。

なお、図 4.1.2 (b) に対して定理 5 を適用すると図 4.1.2 (a) が得られ、これは図 4.1.0 (a) と等価となる。従って、図 4.1.2 (b) を頂点とする別の基本問題群を生成することはできない。また、図 4.1.0 (a) 以外の基本問題に対して定理 6 を適用しても新しい基本問題を生成することはできない。即ち、定理 6 により新たに生成できる基本問題は図 4.1.2 (b) のみである。

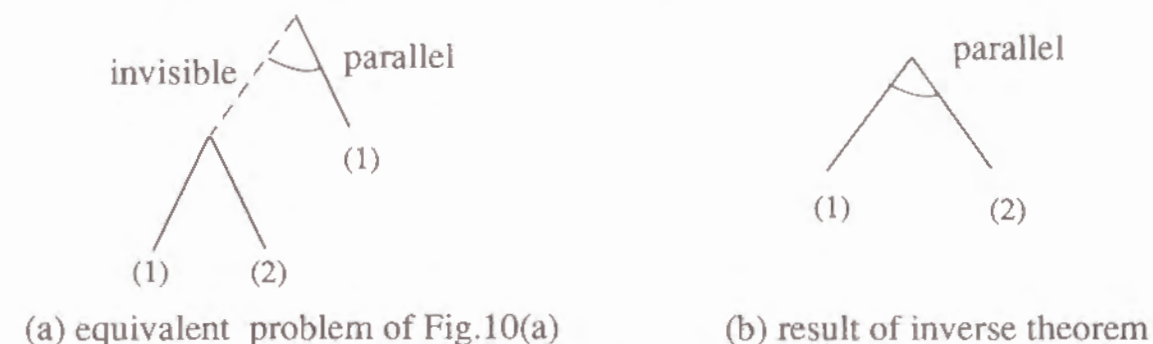


図 4.1.2 基本問題群の中で最も単純な問題

## 4.7 基本問題の代数解

4.6 節で取り上げた基本問題群のうち、3 ベクトル剛体問題については既に代数解が得られている。ここでは、この結果を整理するとともに、その他の問題についても代数解の次数を考察する。

### 4.7.1 3 ベクトル剛体問題

現在までに判っているものを整理すると表 4-1 を得る。

表 4-1. 3 ベクトル問題の代数解の次数

直交関係の数	0	1	2	3
一般の位置	8	8	4	2
三面頂点	4	4	2	1
平面上	4	4	—	—

即ち、一般問題は 8 次方程式に帰着される (Dhome et al.[51])。また、特殊な条件では、方程式の次数が落とすことができる。例えば、二直交条件では 4 次方程式が、また、三直交条件では 2 次方



程式が得られる (3.5 節参照)。

一方、3 線分が空間内の 1 点で交わる (三面頂点の) 場合、問題は 4 次方程式に簡単化できる (Horaud et al.[31])。この場合も、二直交で 2 次方程式 (3.3.2 節参照) が、三直交で 1 次方程式がそれぞれ得られる (Perkins [26], Kanade[8], Kanatani[27][52])。また、3 線分が平面上にある場合、問題は P3P 問題†と等価になり、4 次方程式に帰着できる。

#### 4.7.2 他の基本問題

3 ベクトル問題に対する Dhome et al.[51] の 8 次式、およびこの幾つかの特殊ケースに対する第 3 章で示した低次方程式や、さらに Fischler-Bolles [29] および Horaud et al.[31] らの低次方程式は各問題においてはそれぞれ効果的であるが、全ての基本問題に対処できるように変更を加えることは非常に難しそうに思える。

この他の基本問題に対して、将来、上述のような方程式が見つかるかもしれないが、3 ベクトル剛体問題よりも複雑そうなこれらの問題に対応する代数方程式の次数は 8 よりも高くなると予想される。従って、すべての基本問題に対して代数方程式を導出するよりも、基本問題群を広くカバーできるような体系的な解法の確立が望まれる。

### 4.8 基本問題群の一般解法

#### 4.8.1 角度からの回転推定の一般化アルゴリズム

本節では、0 ベクトル剛体を含まない基本問題の解法として、4.8.3 節で示すように、一般化 1 次元探索アルゴリズムを角度からの回転推定問題に対して提案する。4.8.2 節ではそのための準備として、幾何推論要素についてまとめておく。また、これよりも少し複雑な問題、即ち、0 ベクトル剛体を 1 つだけ含む問題に対して、4.8.4 節で 2 次元探索アルゴリズムを与える。また、4.9 節ではこれら 2 つのアルゴリズムを各基本問題に適用し具体的なアルゴリズムを作成し、それぞれの実験結果を述べる。なお、0 ベクトル剛体をもっと多く含まれる基本問題に対しては、探索空間の次数を拡張し

† 剛体モデルのマッチング問題の代表的なものとして、剛体上の  $n$  点の 3 次元位置関係を与え、これと 1 枚の画像上の対応付けから、3 次元情報を復元する問題 (PnP: Perspective n-Points problem) がある。これに関しては Fischler-Bolles[29], 島崎 [30], Horaud[31], 出口 [60] などが解析を行っており、問題の構造がかなり明らかになっている。これらの結果をまとめると以下のようになる。

- 1) P3P 問題は 1 変数の 4 次方程式に帰着できる (島崎 [30], Fischler-Bolles[29])
- 2) P4P 問題は 1 変数の 3 次方程式に帰着できる (出口 [60]) (なお、3 次方程式は P3P に対する 4 次方程式を連立させることによっても得られる)
- 3) P5P 問題は多義性を持つことがある (Fischler-Bolles[29])
- 4) P6P 問題は一意解を持つ (Fischler-Bolles[29])

なければならない。この拡張は、1 次元探索アルゴリズムから 2 次元探索アルゴリズムへの拡張と同様に行えるが、本論文ではこれ以上言及しないことにする。

#### 4.8.2 幾何推論要素

幾何推論を行うためには以下に示すような幾何推論要素が必要になる。

(1) 3 ベクトル関係と 2 既知ベクトルからのベクトル推定: GIE#1

2 線分の勾配  $l_j (j = 1, 2)$  が既知で、 $l_3$  が未知とする。ここで、内積  $l_j \cdot l_k (j \neq k)$  およびスカラー三重積  $[l_1, l_2, l_3]$  が既知ならば、 $l_3$  は次式で与えられる (図 4.13)。

$$l_3 = GIE\#1(l_1, l_2, \omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{\omega_1 l_1 + \omega_2 l_2 + \omega_3 (l_1 \times l_2)}{1 - (l_1 \cdot l_2)^2} \quad (4.37)$$

$$\text{where } \omega_1 = \omega_1(l_1, l_2, l_3) = l_1 \cdot l_3 - (l_2 \cdot l_3)(l_1 \cdot l_2)$$

$$\omega_2 = \omega_2(l_1, l_2, l_3) = \omega_1(l_2, l_1, l_3) = l_2 \cdot l_3 - (l_1 \cdot l_3)(l_1 \cdot l_2)$$

$$\text{and } \omega_3 = [l_1, l_2, l_3]$$

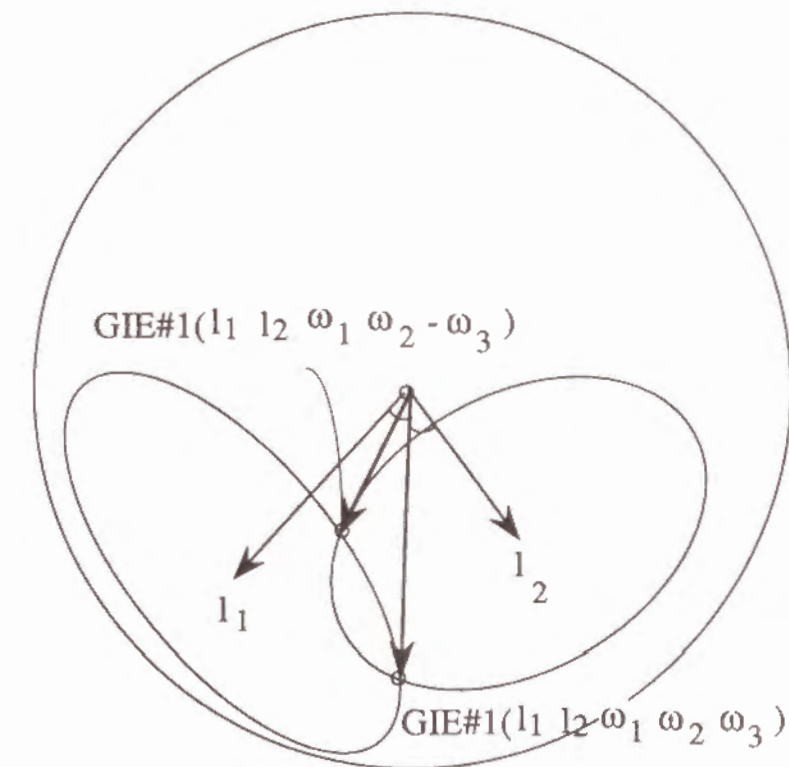


図 4.13 幾何推論要素 GIE#1

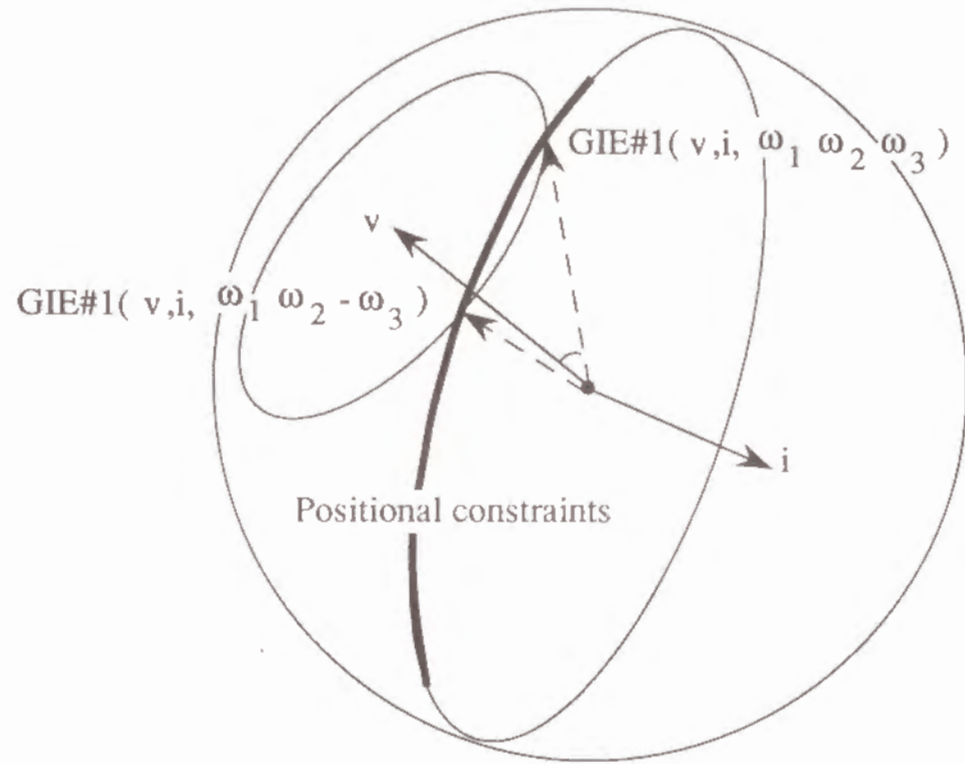


図 4.14 幾何推論要素 GIE#2

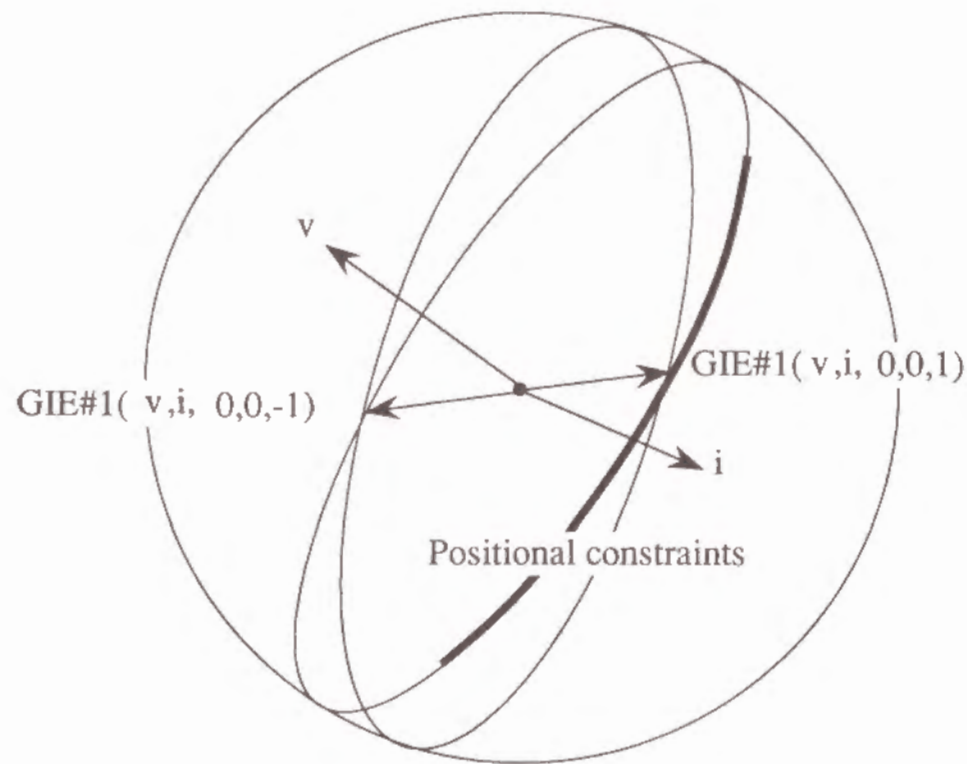


図 4.15 幾何推論要素 GIE#3

ここで、スカラー三重積が未知（もしくは絶対値のみが既知）の場合には、 $l_3$  に対して 2 つの候補が次式で与えられる。

$$l_3 = GIE\#1(l_1, l_2, \omega_1, \omega_2, \pm|\omega_3|) = \frac{\omega_1 l_1 + \omega_2 l_2 \pm |\omega_3|(l_1 \times l_2)}{1 - (l_1 \cdot l_2)^2} \quad (4.38)$$

$$\text{where } |\omega_3| = ||l_1, l_2, l_3||$$

$$= \sqrt{1 - (l_1 \cdot l_2)^2 - (l_2 \cdot l_3)^2 - (l_3 \cdot l_1)^2 + 2(l_1 \cdot l_2)(l_2 \cdot l_3)(l_3 \cdot l_1)}$$

なお、2 つのベクトル  $GIE\#1(l_1, l_2, \omega_1, \omega_2, |\omega_3|)$  および  $GIE\#1(l_1, l_2, \omega_1, \omega_2, -|\omega_3|)$  はガウス球面上の 2 つの小円の交点に対応する（図 4.13）。スカラー三重積の符号を既知にすることにより、この 2 交点のうち的一方を指定できる。従って、 $GIE\#1$  は常に 1 つのベクトルを出力する。

(2) 既知ベクトルと既知角度をなすベクトルの画像からの推定:  $GIE\#2$

解釈ベクトル  $i$  および線分位置拘束ベクトル  $q_j (j = 1, 2)$  が既知で、勾配ベクトル  $l$  が未知の線分を考える。もしも、 $v \cdot l$  が既知であるベクトル  $v$  が与えられると、 $l$  の推定は式 (4.38) に帰着できる。なお、この場合  $i$  と  $l$  の直交性により式は次のように簡略化できる。

$$l = GIE\#1(v, i, \omega_1, \omega_2, \pm|\omega_3|) = \frac{\omega_1 v + \omega_2 i \pm |\omega_3|(v \times i)}{1 - (v \cdot i)^2} \quad (4.39)$$

$$\text{where } \omega_1 = \omega_1(v, i, l) = v \cdot l$$

$$\omega_2 = \omega_2(v, i, l) = -(v \cdot l)(v \cdot i)$$

$$\text{and } |\omega_3| = ||v, i, l|| = \sqrt{1 - (v \cdot i)^2 - (v \cdot l)^2}$$

ここで 2 ベクトルはガウス球面上の大円と小円の交点に対応する（図 4.14）が、2 ベクトルのうち線分位置拘束（式 (4.4)）を満たすものが妥当な解として残る。この幾何推論要素の出力としては、最大 2 個・最小 0 個の候補が求められる。こうして求められる結果を  $GIE\#2(v, i, \omega_1, \omega_2, |\omega_3|)$  で表すことにする。

(3) 法線ベクトル既知のベクトルの画像からの推定:  $GIE\#3$

これは、(2) で  $v$  がその直線の法線ベクトルに当たる場合に相当する。このとき、式 (4.39) は次式のように簡略化できる。

$$l = \pm U(v \times i) \quad (4.40)$$

このとき、2 つの  $l$  候補のうちの少なくとも一方はある線分位置拘束（式 (4.4)）に反するから、解の候補は最大 1 個になる（図 4.15）。もし、妥当な  $l$  候補が存在しないならば、法線ベクトル  $v$  と線分位置拘束ベクトル  $q_j$  が両立しないことが判明する。即ち、この幾何推論要素の出力としては、最大 1 個・最小 0 個の候補が求められる。こうして求められる結果を  $GIE\#3(v, i)$  で表すことにする。



#### 4.8.3 一般化1次元探索アルゴリズム

一般化1次元探索アルゴリズムは問題に独立の部分と問題に依存する部分とから構成され、PAT曲線(式(4.26))上でのあるテスト関数の零交差検出として定式化できる。即ち、PAT曲線上の各点について、まず各線分の勾配ベクトルを4.8.2節で示した幾何推論要素を用いて推定する。ここで、問題に依存したテスト関数により推定されたベクトルの各組を評価する。このテスト関数の使用により、問題はPAT曲線上での零交差検出問題に帰着される。各問題に対する具体的なアルゴリズムを構成するためには、以下に示す問題依存部分を決定しなければならない。

##### (1) PAT対の選択

2ベクトル剛体あるいは3ベクトル剛体において、PAT曲線を生成するためにベクトル対 $(l_1, l_2)$ を選択する。これをPAT対と呼ぶことにしよう。PAT対が一旦選択されると、PAT曲線上の点列がPAT表 $PAT(l_1, l_2, i_1, i_2)$ の中に格納される。ここで、点列の数は1か2であり、これは $\Delta\alpha_{12}$ と $\Delta\beta_{12}$ の組合せにより決まる。点列の数に拘らず、PAT曲線上で1次元探索アルゴリズムを構成することができる。アルゴリズムの精度は点の間隔を調整することによって制御できる。

##### (2) 幾何推論の構成

PAT曲線上の各点に対して、各剛体内ベクトルと関節ベクトルを各問題に固有の幾何推論系列に従って推定することができる。この系列は4.8.2節に掲げた幾何推論要素 $GIE\#n$ で構成される。なお、効率的なアルゴリズムを構成するために、分岐の数は最小限にするべきである。この観点から、 $GIE\#1$ と $GIE\#3$ は $GIE\#2$ よりも優れている。即ち、 $GIE\#2$ は2個の候補を生成することがあるのに対し、他の推論要素は最大1個の候補しか生成しないからである。 $GIE\#2$ の使用は、やむを得ない場合を除いて極力控えるべきである。

##### (3) テスト関数の決定

テスト関数は各問題において非常に重要な役割を果たす。テスト関数は、零交差関数であるとともに、計算が容易でなければならない。

#### 4.8.4 一般化2次元探索アルゴリズム

0ベクトル剛体を1つ含む問題は、1次元探索解法では解けない。しかし、これらの問題は次に示す2次元探索アルゴリズムで取り扱うことができる。一般化2次元探索アルゴリズムは2つの第一次(1次元)探索アルゴリズムと、両立対検出アルゴリズム、および第二次(1次元)探索アルゴリズムにより構成される。

第一次探索アルゴリズムは推定ベクトルの列を順次生成し、0ベクトル剛体に接続される剛体中のベクトルを最終的に出力する。第一次探索アルゴリズムは前節で述べたのと同様の方法で構成される。次に、両立対検出アルゴリズムは、2つの第一次アルゴリズムの出力から両立しうる対を全て検

出する。このアルゴリズムの出力はガウス球面上の曲線となる。第二次探索アルゴリズムはこの曲線上で前節のアルゴリズムと同様に構成され、推定ベクトルの列を順次生成し、テスト関数の零交差検出により解候補を全て検出して出力する。

#### 4.9 各基本問題に対する具体的なアルゴリズムと実験結果

##### 4.9.1 3ベクトル剛体

###### (1) アルゴリズム

3ベクトル剛体中の各ベクトルを $l_j (j = 1, 2, 3)$ で表す。幾何推論系列とテスト関数を次のように設定することにより、この問題に対する回転推定アルゴリズムを構成できる。

Geometric inference for  $n_{12} \in PAT(l_1, l_2, i_1, i_2)$

$$\begin{aligned} l_1 &= GIE\#3(n_{12}, i_1) \\ l_2 &= GIE\#1(n_{12}, l_1, \omega_{11}, \omega_{12}, \omega_{13}) \\ l_3 &= GIE\#1(l_1, l_2, \omega_{21}, \omega_{22}, \omega_{23}) \end{aligned}$$

テスト関数:  $F_3 = l_3 \cdot i_3$

但し、

$$\begin{pmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & l_1 \cdot l_2 & \sqrt{1 - (l_1 \cdot l_2)^2} \\ \omega_1(l_1, l_2, l_3) & \omega_2(l_1, l_2, l_3) & [l_1, l_2, l_3] \end{pmatrix}$$

なお、この幾何推論系列には $GIE\#2$ が含まれないから、分岐なしの零交差判定によりすべての解を見つけることができる。また、 $\omega_{ij}$ はすべて物体モデルが与えられた時点で定まるため、幾何推論においては定数として扱うことができる。



図4.16 3ベクトル剛体の姿勢推定(1)——階段

## (2) 実験結果 (1)

図 4.16 はキャリブレート済みのカメラで撮影された原画像である。画像の中心点 (白丸印) および焦点距離  $f$  は既知である。図 4.16 のように予め選択された 3 線分  $\hat{l}_j (j = 1, 2, 3)$  に対応する勾配ベクトル  $l_j$  に対して、内積およびスカラー三重積が次のように与えられる。

$$l_1 \cdot l_2 = 0.848 \quad l_2 \cdot l_3 = 0.000 \quad l_3 \cdot l_1 = 0.000 \quad \text{and} \quad [l_1, l_2, l_3] = 0.530$$

このとき、上記のアルゴリズムにより、3 線分の物体 - 画像対応付けから、次のように剛体内ベクトルを一意に推定できた。

表 4-2 図 4.16 からの勾配ベクトル推定結果

	sol#1
$l_1$	$(-0.6265, -0.0003, 0.7794)$
$l_2$	$(-0.5136, 0.5292, 0.6754)$
$l_3$	$(-0.7786, 0.0433, -0.6259)$

## (3) 実験結果 (2)

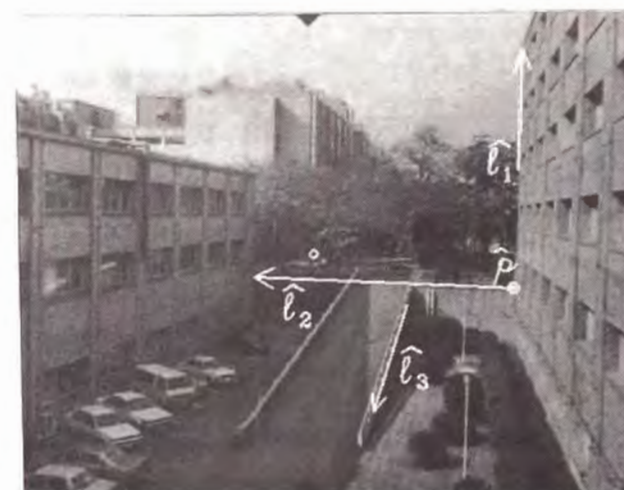
3 本の有向線分  $\hat{l}_i (i = 1, 2, 3)$  は、前もって図 4.17 (a) 中で抽出されていると仮定する。ここで、 $\Delta\alpha_{12} = \pi/2$ ,  $\Delta\alpha_{23} = \pi/2$ ,  $\Delta\alpha_{13} = 8\pi/15$ 、また、スカラー三重積は負である。 $\hat{p}$  は  $\hat{l}_1$  と  $\hat{l}_2$  の交点を示す。

図 4.17 (b) は、理解を容易にするためのもので、図 4.17 (a) を  $I_V(e_c)$  上に写像することにより得られる画像を示す。 $l_3$  の無限遠点  $v_3$  に関する拘束曲線を図中に重ねて表示している。図 4.17 (c) は、 $\eta$  を横軸に取ったときのテスト関数  $F_3$  の値を示す。この例では、解の候補が 2 個検出される (表 4-3) が、sol#1 が正しい解であり、図 4.17 (b) 中の白丸に対応する。

表 4-3. 図 4.17 のデータリストと計算結果

(a) データリスト

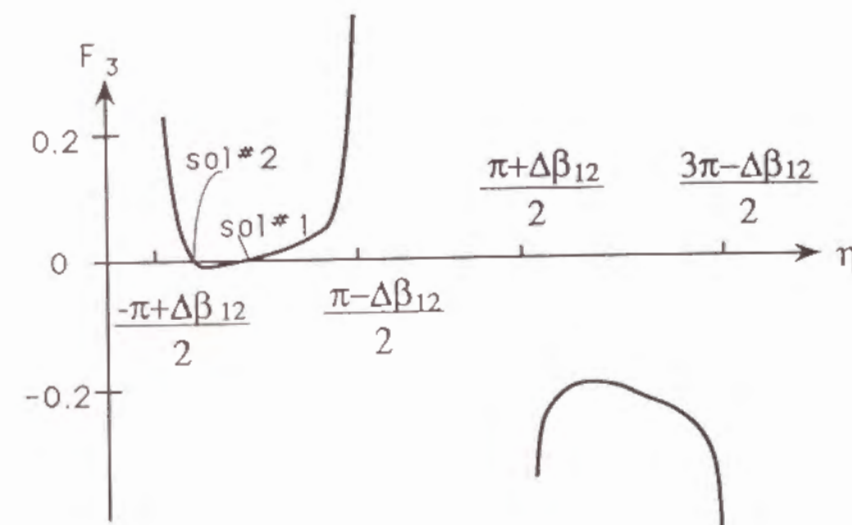
	Fig.4.17(a)
$f$	651.45 pixels
image center	(238.5, 266.5)
$\hat{p}$	(404.2, 238.0)
$\Delta\beta_{12}$	90.45 deg
$(\Delta\alpha_{12}, \Delta\alpha_{23}, \Delta\alpha_{13})$	$(\pi/2, \pi/2, 8\pi/15)$
$[l_1, l_2, l_3]$	-0.9945



(a) 原画像  $I_V(e_z)$



(b) 仮想画像  $I_V(e_c)$  上の GPAT 曲線と 2 つの解



(c)  $\eta$  と  $F_3$  の関係

図 4.17 3 ベクトル剛体の姿勢推定 (2) — 建物



(b) 計算結果

	sol#1 in fig.4.17(b)	sol#2 in fig.4.17(b)
$l_1$	$\langle 0.695, -0.701, -0.159 \rangle$	$\langle 0.682, -0.691, -0.232 \rangle$
$l_2$	$\langle 0.704, 0.709, -0.049 \rangle$	$\langle 0.704, 0.710, -0.033 \rangle$
$l_3$	$\langle -0.219, 0.151, -0.964 \rangle$	$\langle -0.258, 0.212, -0.943 \rangle$
$n_{12}$	$\langle 0.147, -0.078, 0.986 \rangle$	$\langle 0.187, -0.141, 0.972 \rangle$

図4.17(b)中の拘束曲線は、PAT曲線を一般化した概念であり、GPAT曲線と呼ぶことにする。PAT曲線が $\Delta\beta_{12}$ と $\Delta\alpha_{12}$ のみから決定されるのに対し、GPAT曲線は画像上の角度 $\Delta\beta_{12}$ と、空間内の3つの角度 $\Delta\alpha_{ij}$ （あるいはこれと等価な内積）およびスカラー三重積 $[l_1, l_2, l_3]$ の符号により決定される。現在のところ、GPAT曲線についてはPAT曲線の式(3.32)あるいは式(3.33)に対応する式が求められていないが、将来これが求められれば、さまざまな問題の解析解導出が容易になると考えられる。

#### 4.9.2 不可視関節軸で接続された2つの2ベクトル剛体

##### (1) アルゴリズム

一方の2ベクトル剛体中のベクトルを $l_j (j=1, 2)$ 、他方の2ベクトル剛体中のベクトルを $l_j (j=3, 4)$ とする。また、両者を接続する不可視関節軸を $j_1$ とする。この時、幾何推論系列とテスト関数を次のように設定することにより、この問題に対する回転推定アルゴリズムを構成できる。

Geometric inference for  $n_{12} \in \text{PAT}(l_1, l_2, i_1, i_2)$

$$\begin{aligned} l_1 &= \text{GIE\#3}(n_{12}, i_1) \\ l_2 &= \text{GIE\#1}(n_{12}, l_1, \omega_{11}, \omega_{12}, \omega_{13}) \\ j_1 &= \text{GIE\#1}(l_1, l_2, \omega_{21}, \omega_{22}, \omega_{23}) \\ l_3 &= \text{GIE\#2}(j_1, i_3, \omega_{31}, \omega_{32}, \omega_{33}) \\ l_4 &= \text{GIE\#1}(j_1, l_3, \omega_{41}, \omega_{42}, \omega_{43}) \end{aligned}$$

テスト関数:  $F_4 = l_4 \cdot i_4$

但し、

$$\begin{pmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} \\ \omega_{41} & \omega_{42} & \omega_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & l_1 \cdot l_2 & \sqrt{1 - (l_1 \cdot l_2)^2} \\ \omega_1(l_1, l_2, j_1) & \omega_2(l_1, l_2, j_1) & [l_1, l_2, j_1] \\ j_1 \cdot l_3 & -(j_1 \cdot l_3)(\hat{j}_1 \cdot i_3) & \sqrt{1 - (\hat{j}_1 \cdot i_3)^2 - (j_1 \cdot l_3)^2} \\ \omega_1(j_1, l_3, l_4) & \omega_2(j_1, l_3, l_4) & [j_1, l_3, l_4] \end{pmatrix}$$

ここで、パラメータ行列中の全てのパラメータが物体モデルから計算できる訳ではない。物体モデルからのみでは計算できないパラメータは、ベクトル推定値を用いて計算する。ベクトル推定値を $\hat{j}$ で、物体モデル中のベクトルを $j$ と表し区別することにする。

##### (2) 実験結果(1)

図4.18は、別のカメラで撮影した床上の三脚の画像である。この画像には実際の関節軸は含まれていないが、物体が重力ベクトルに支配されているような状況では、不可視関節軸の概念を適用することができる。もし、三脚と床の両方に対して2ベクトルずつの物体・画像対応付けが与えられるならば、問題は(1)で示したアルゴリズムに帰着できる。この例題に対しては、次のような空間配置関係が事前に得られており、これをもとに回転推定を行った。

$$l_1 \cdot l_2 = 0 \quad j_1 = n_{12} \quad j_1 \cdot l_3 = j_1 \cdot l_4 = 0 \quad l_3 \cdot l_4 = -0.5$$

$$[l_1, l_2, j_1] = 1 \quad \text{and} \quad [j_1, l_3, l_4] = 0.866$$

図4.18中に示したように4線分 $\hat{l}_j (j=1, 2, 3, 4)$ を予め選択し、1次元探索アルゴリズムを適用した結果、各剛体内ベクトルおよび不可視関節ベクトル（この場合は重力方向に対応）として表4-4に示した2通りの候補が検出された。この例では、2つの候補のうちのsol#1が実際の状況に対応している。もし、より多くの対応付けを用いることができれば、無矛盾性のチェックによりsol#2は棄却されることが考えられる。

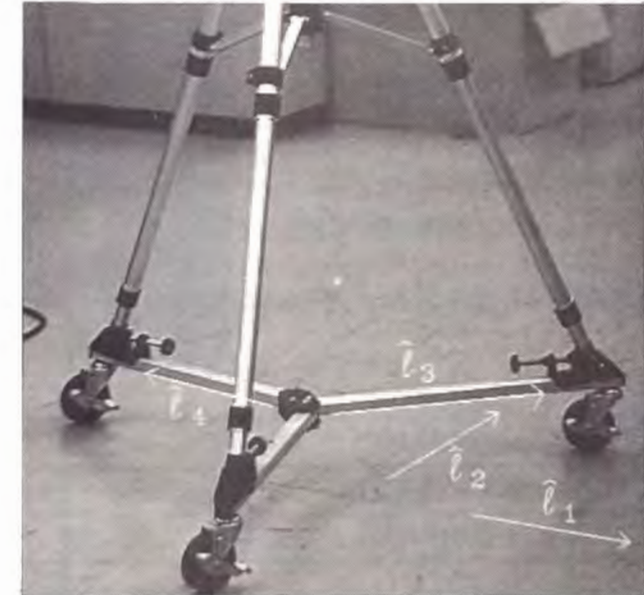


図4.18 不可視関節軸で接続された2ベクトル剛体の姿勢推定(1)——三脚

表4-4. 剛体内ベクトルおよび不可視関節ベクトルの推定値

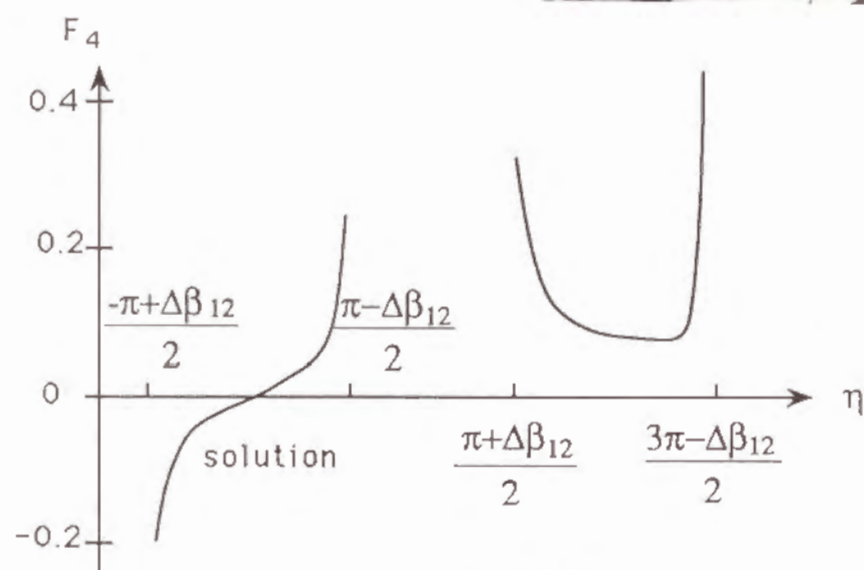
	sol#1	sol#2
$l_1$	$(0.8976, -0.1472, -0.4155)$	$(0.9024, -0.1549, 0.4020)$
$l_2$	$(0.4365, 0.2435, 0.8661)$	$(0.4263, 0.2535, -0.8683)$
$l_3$	$(0.9266, 0.0828, 0.3669)$	$(0.9206, 0.0862, -0.3810)$
$l_4$	$(-0.7886, 0.1938, 0.5835)$	$(-0.7977, 0.2026, -0.5681)$
$j_1 = n_{12}$	$(-0.0264, -0.9588, 0.2829)$	$(-0.0326, -0.9550, -0.2949)$





(a) 原画像  $I_V(e_z)$

(b) 仮想画像  $I_V(e_c)$  上の  
2つのPAT曲線の交点  
(解に相当)



(c)  $\eta$  と  $F_4$  の関係

図4.19 不可視関節軸で接続された2ベクトル剛体の姿勢推定(2)―廊下

### (3) 実験結果(2)

図4.19(a)はキャリブレート済みのカメラで撮影された原画像である。画像の中心点(黒丸印)および焦点距離 $f$ は既知である。図4.19(a)のように予め選択されたように、4線分 $l_j(j=1,2,3,4)$ に対して、ベクトル間の関係は次のように与えられる。

$$l_1 \cdot l_2 = 0.000 \quad l_3 \cdot l_4 = 0.000 \quad l_3 \cdot l_1 = 0.000$$

$$[l_1, l_2, j_1] = 1.000 \quad [l_3, l_4, j_1] = 1.000$$

参考のため、2組の線分対に対応するPAT曲線を仮想画像面 $I_V(e_c)$ 上で図示すると図4.19(b)のようになる。図4.19(c)は $\eta$ とテスト関数 $F_4$ の関係を示す。この例では、図4.19(b)に示した一つの候補だけが検出された。

### (4) シミュレーション実験結果

シミュレーションにより生成した幾つかのデータセットに適用した。各データセットにおいて、最小1個から最大6個の回転候補が算出されたが、この中にはつねに元の回転が含まれていた。表4-5に実験例の1つを示す。この例では、sol#2が正しい解に対応している。

表4-5. シミュレーションのデータリストと計算結果

(a) データリスト

$f$	200.00 pixels
image center	(256.0, 256.0)
$\hat{p}$	(449.5, 377.6)
$\Delta\beta_{12}$	1.080
$(l_1 \cdot l_2, l_2 \cdot j_1, l_1 \cdot j_1)$	(0.6455, 0.5344, 0.1340)
$[l_1, l_2, j_1]$	0.610
$\Delta\alpha_{34}$	124.5deg
$l_1$	(-0.7020, -0.5400, -0.4644)
$l_2$	(-0.2673, 0.8018, 0.5345)
$l_3$	(-0.3714, 0.9285, 0.0000)
$l_4$	(-0.5547, -0.8321, 0.0000)
$j_1 = n_{34}$	(0.0000, 0.0000, 1.0000)
$n_{12}$	(0.0962, 0.5741, -0.8131)



(b) 計算結果

	sol#1	sol#2	sol#3
$l_1$	(-0.5569, -0.7684, -0.3153)	(-0.7019, -0.5401, -0.4643)	(-0.7808, -0.2546, -0.5706)
$l_2$	(-0.4426, 0.7858, 0.4320)	(-0.2676, 0.8018, 0.5344)	(-0.0801, 0.7844, 0.6151)
$l_3$	(-0.3877, 0.9119, -0.1345)	(-0.3714, 0.9285, -0.0001)	(-0.3609, 0.9303, 0.0655)
$l_4$	(-0.5425, -0.8238, 0.1648)	(-0.5547, -0.8320, -0.0001)	(-0.5530, -0.8208, -0.1434)
$j_1$	(0.0478, 0.1656, 0.9850)	(-0.0001, 0.0000, 1.0000)	(-0.0973, -0.1076, 0.9912)
$n_{12}$	(-0.0969, 0.4371, -0.8942)	(0.0962, 0.5740, -0.8132)	(0.3334, 0.6026, -0.7251)

## 4.9.3 不可視関節軸で直列接続された2ベクトル剛体・1ベクトル剛体・2ベクトル剛体

## (1) アルゴリズム

一方の2ベクトル剛体中のベクトルを  $l_j (j=1, 2)$ 、他方の2ベクトル剛体中のベクトルを  $l_j (j=4, 5)$ 、1ベクトル剛体中のベクトルを  $l_3$  とする。また、1ベクトル剛体と各2ベクトル剛体を接続する不可視関節軸を  $j_k (k=1, 2)$  とする。この時、幾何推論系列とテスト関数を次のように設定することにより、この問題に対する回転推定アルゴリズムを構成できる。

Geometric inference for  $n_{12} \in \text{PAT}(l_1, l_2, i_1, i_2)$

$$\begin{aligned} l_1 &= \text{GIE}\#3(n_{12}, i_1) \\ l_2 &= \text{GIE}\#1(n_{12}, l_1, \omega_{11}, \omega_{12}, \omega_{13}) \\ j_1 &= \text{GIE}\#1(l_1, l_2, \omega_{21}, \omega_{22}, \omega_{23}) \\ l_3 &= \text{GIE}\#2(j_1, i_3, \omega_{31}, \omega_{32}, \omega_{33}) \\ j_2 &= \text{GIE}\#1(j_1, l_3, \omega_{41}, \omega_{42}, \omega_{43}) \\ l_4 &= \text{GIE}\#2(j_2, i_4, \omega_{51}, \omega_{52}, \omega_{53}) \\ l_5 &= \text{GIE}\#1(j_2, l_4, \omega_{61}, \omega_{62}, \omega_{63}) \end{aligned}$$

テスト関数:  $F_5 = l_5 \cdot i_5$

但し、

$$\begin{pmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} \\ \omega_{41} & \omega_{42} & \omega_{43} \\ \omega_{51} & \omega_{52} & \omega_{53} \\ \omega_{61} & \omega_{62} & \omega_{63} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & l_1 \cdot l_2 & \sqrt{1 - (l_1 \cdot l_2)^2} \\ \omega_1(l_1, l_2, j_1) & \omega_2(l_1, l_2, j_1) & [l_1, l_2, j_1] \\ j_1 \cdot l_3 & -(j_1 \cdot l_3)(\hat{j}_1 \cdot i_3) & \sqrt{1 - (\hat{j}_1 \cdot i_3)^2 - (j_1 \cdot l_3)^2} \\ \omega_1(j_1, l_3, j_2) & \omega_2(j_1, l_3, j_2) & [j_1, l_3, j_2] \\ j_2 \cdot l_4 & -(j_2 \cdot l_4)(\hat{j}_2 \cdot i_4) & \sqrt{1 - (\hat{j}_2 \cdot i_4)^2 - (j_2 \cdot l_4)^2} \\ \omega_1(j_2, l_4, l_5) & \omega_2(j_2, l_4, l_5) & [j_2, l_4, l_5] \end{pmatrix}$$

## (2) シミュレーション実験結果

シミュレーションにより生成した幾つかのデータセットに適用した。各データセットにおいて、最小2個から最大6個の回転候補が算出されたが、この中にはつねに元の回転が含まれていた。表4-6に実験例の1つを示す。この例では、sol#1が正しい解に対応している。

表4-6. シミュレーションのデータリストと計算結果

(a) データリスト

$f$	200.00 pixels
image center	(256.0, 256.0)
$\hat{p}$	(404.8, 404.8)
$\Delta\beta_{12}$	110.8deg
$(j_1 \cdot l_3, j_1 \cdot j_2, j_2 \cdot l_3)$	(0.7547, -0.1513, 0.1340)
$(l_1 \cdot l_2, l_4 \cdot l_5)$	(0.1977, -0.5664)
$[j_1, l_3, j_2]$	-0.5996
$l_1$	(-0.2673, 0.8018, 0.5345)
$l_2$	(0.2762, -0.2762, 0.9206)
$l_3$	(0.4698, 0.8725, 0.1342)
$l_4$	(-0.3714, 0.9285, 0.0000)
$l_5$	(-0.5547, -0.8321, 0.0000)
$j_1 = n_{12}$	(0.9034, 0.4015, -0.1506)
$j_2 = n_{45}$	(0.0000, 0.0000, 1.0000)

(b) 計算結果

	sol#1	sol#2	sol#3
$l_1$	(-0.2658, 0.8018, 0.5353)	(-0.6244, 0.7255, 0.2893)	(-0.5099, 0.7696, 0.3843)
$l_2$	(0.2754, -0.2777, 0.9203)	(0.4973, 0.3903, 0.7749)	(0.4219, 0.0845, 0.9027)
$l_3$	(0.4734, 0.8695, 0.1411)	(-0.2339, 0.6476, -0.7252)	(0.5466, 0.7828, 0.2975)
$l_4$	(-0.3698, 0.9290, 0.0106)	(-0.3256, 0.4617, -0.8251)	(-0.1658, 0.7077, 0.6868)
$l_5$	(-0.5549, -0.8319, -0.0062)	(-0.4803, -0.7484, 0.4574)	(-0.5543, -0.8245, -0.1134)
$j_1$	(0.9042, 0.3998, -0.1500)	(0.4582, 0.6402, -0.6165)	(0.6755, 0.6349, -0.3751)
$j_2$	(0.0037, -0.0099, 0.9999)	(-0.4931, 0.6617, 0.5648)	(0.5913, -0.4860, 0.6435)

## 4.9.4 3つの2ベクトル剛体に不可視関節軸で接続された0ベクトル剛体

## (1) アルゴリズム

各2ベクトル剛体中のベクトルを  $l_j (j=1, 2)$ ,  $l_j (j=3, 4)$  および  $l_j (j=5, 6)$  で表す。また、0ベクトル剛体と各2ベクトル剛体を接続する不可視関節軸を  $j_k (k=1, 2, 3)$  とする。この時、2次元探索アルゴリズムを次のように構成できる。

for  $n_{12} \in \text{PAT}(l_1, l_2, i_1, i_2)$  :Primary searches: for  $n_{34} \in \text{PAT}(l_3, l_4, i_3, i_4)$

$l_1 = \text{GIE}\#3(n_{12}, i_1)$   $l_3 = \text{GIE}\#3(n_{34}, i_3)$   
 $l_2 = \text{GIE}\#1(n_{12}, l_1, \omega_{11}, \omega_{12}, \omega_{13})$   $l_4 = \text{GIE}\#1(n_{34}, l_3, \omega_{31}, \omega_{32}, \omega_{33})$   
 $j_1 = \text{GIE}\#1(l_1, l_2, \omega_{21}, \omega_{22}, \omega_{23})$   $j_2 = \text{GIE}\#1(l_3, l_4, \omega_{41}, \omega_{42}, \omega_{43})$

Consistent pair detection of  $\{(\hat{j}_1, \hat{j}_2) | \hat{j}_1 \cdot \hat{j}_2 = j_1 \cdot j_2\}$   
 Secondary search for  $(j_1, j_2) \in \{(\hat{j}_1, \hat{j}_2) | \hat{j}_1 \cdot \hat{j}_2 = j_1 \cdot j_2\}$

$j_3 = \text{GIE}\#1(j_1, j_2, \omega_{51}, \omega_{52}, \omega_{53})$   
 $l_5 = \text{GIE}\#2(j_3, i_5, \omega_{61}, \omega_{62}, \omega_{63})$   
 $l_6 = \text{GIE}\#1(j_3, l_5, \omega_{71}, \omega_{72}, \omega_{73})$

テスト関数:  $F_6 = l_6 \cdot i_6$

但し、

$$\begin{pmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} \\ \omega_{41} & \omega_{42} & \omega_{43} \\ \omega_{51} & \omega_{52} & \omega_{53} \\ \omega_{61} & \omega_{62} & \omega_{63} \\ \omega_{71} & \omega_{72} & \omega_{73} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & l_1 \cdot l_2 & \sqrt{1 - (l_1 \cdot l_2)^2} \\ \omega_1(l_1, l_2, j_1) & \omega_2(l_1, l_2, j_1) & [l_1, l_2, j_1] \\ 0 & l_3 \cdot l_4 & \sqrt{1 - (l_3 \cdot l_4)^2} \\ \omega_1(l_3, l_4, j_2) & \omega_2(l_3, l_4, j_2) & [l_3, l_4, j_2] \\ \omega_1(j_1, j_2, j_3) & \omega_2(j_1, j_2, j_3) & [j_1, j_2, j_3] \\ j_3 \cdot l_5 & -(j_3 \cdot l_5)(\hat{j}_3 \cdot i_5) & \sqrt{1 - (\hat{j}_3 \cdot i_5)^2 - (j_3 \cdot l_5)^2} \\ \omega_1(j_3, l_5, l_6) & \omega_2(j_3, l_5, l_6) & [j_3, l_5, l_6] \end{pmatrix}$$

## (2) シミュレーション実験結果

2次元探索の例として、(1)で示したアルゴリズムを  $j_k = n_{2k-1, 2k}$  が成立する場合についてインプリメントし、シミュレーションにより生成した幾つかのデータセットに適用した。各データセットにおいて、最小2個から最大8個の回転候補が算出されたが、この中にはつねに元の回転が含まれていた。表4-7に実験例の1つを示す。この例では、sol#1が正しい解に対応している。

表4-7. シミュレーションのデータリストと計算結果

(a) データリスト

$f$	200.00 pixels
image center	(256.0, 256.0)
$\hat{p}$	(260.4, 250.4)
$\Delta\beta_{12}$	108.9deg
$(j_1 \cdot j_2, j_2 \cdot j_3, j_1 \cdot j_3)$	(-0.3822, 0.5200, -0.019)
$(l_1 \cdot l_2, l_3 \cdot l_4, l_5 \cdot l_6)$	(-0.1684, -0.1358, -0.3702)
$[j_1, j_2, j_3]$	0.7687
$l_1$	(0.3714, -0.9285, 0.0000)
$l_2$	(0.3015, 0.3015, -0.9045)
$l_3$	(-0.4698, -0.8725, -0.1342)
$l_4$	(-0.8085, 0.5659, 0.1617)
$l_5$	(0.4364, -0.2182, -0.8729)
$l_6$	(-0.9701, -0.2425, 0.0000)
$j_1 = n_{12}$	(0.8519, 0.3408, 0.3976)
$j_2 = n_{34}$	(-0.0657, 0.1862, -0.9803)
$j_3 = n_{56}$	(-0.2279, 0.9117, -0.3419)

(b) 計算結果

	sol#1	sol#2	sol#3
$l_1$	(0.3714, -0.9285, -0.0003)	(0.3865, -0.9142, 0.1222)	(0.3914, -0.9032, 0.1761)
$l_2$	(0.3019, 0.3019, -0.9043)	(0.0077, 0.0534, -0.9985)	(-0.1319, -0.0669, -0.9890)
$l_3$	(-0.4702, -0.8722, -0.1350)	(-0.6221, -0.5760, -0.5303)	(-0.5592, -0.7611, -0.3286)
$l_4$	(-0.8083, 0.5661, 0.1619)	(-0.8296, 0.5438, 0.1265)	(-0.8847, 0.4659, 0.0133)
$l_5$	(0.4402, -0.2161, -0.8715)	(0.9284, 0.3716, 0.0064)	(0.7105, 0.5029, 0.4922)
$l_6$	(-0.9701, -0.2426, -0.0003)	(-0.3997, -0.0161, 0.9165)	(-0.8311, -0.1590, 0.5329)
$j_1$	(0.8518, 0.3406, 0.3981)	(0.9193, 0.3925, 0.0281)	(0.9177, 0.3689, -0.1473)
$j_2$	(-0.0654, 0.1870, -0.9802)	(-0.2175, -0.5235, 0.8238)	(-0.1443, -0.3010, 0.9427)
$j_3$	(-0.2279, 0.9119, -0.3412)	(0.3668, -0.9191, 0.1439)	(0.3793, -0.8628, 0.3341)

## 4.10 三面頂点解釈問題のマクロ構造

4.7.1節で述べたように、一般三面頂点の解釈は4次方程式に帰着できる。しかし、問題のマクロ構造を解析するには、三直交解釈・二直交解釈におけるPAT曲線に相当するものを用いなければならない。これは、8次曲線に相当すると推測されるが、現在のところPAT曲線のように陽な表現は



得られていない。従って、一般の三面頂点解釈問題の構造を解析的に議論することはそれほど容易ではない。

そこで、ここでは、統計的に一般の三面頂点解釈問題を分析する。即ち、解釈の存在および多義性を、実在する配置とランダムな配置に対して観測し、その分布から問題のマクロ構造を調べる。

#### (1) 実在する配置に対する解釈の多義性分布

3次元空間内にランダムに4点を選択して三面頂点を作成し、これから得られる $\Delta\alpha_{ij}$ および画像から得られる $\Delta\beta_{ij}$ に対して、4.9.1節に示した1次元探索アルゴリズムを適用し、解の多義性を統計的に調べた。表4-8に、実験結果から得られた解の多義性の相対頻度(標本数10万)を示す。表4-8より、解が存在する確率は100%、そのうち約50%で解は一意的に求まる。また、解が存在する場合の解の個数の平均値は1.5であった。

さらに、多義性は最大4であり、解釈が5個以上得られることは無かった。また、解の数が4である場合について、 $\Delta\alpha_{ij}$ および $\Delta\beta_{ij}$ をそれぞれ1度の範囲で変化させ、解の数の変化を見たが、5個以上の解釈が得られる例は得られなかった。

なお、実験の範囲内では、全例に対して、元の3次元配置を解の候補として抽出できた。これは、アルゴリズムの有効性を示すものと考えられる。

表4-8. 正しい対応付けに対する解釈の多義性(鏡像を含まず)

解の数	0	1	2	3	4
相対頻度(%)	0.00	50.06	49.13	0.51	0.30

#### (2) ランダムな配置に対する解釈の多義性分布

一方、 $\Delta\beta_{12}$ および $\Delta\beta_{31}$ を各0.1度刻みにとった画像をランダムに作成し、 $\Delta\alpha_{ij}$ をランダム(0.1度刻み)に選択して、同じアルゴリズムを適用し、解の多義性を統計的に調べた。ここで、ランダムに選択される三面頂点のうち、実際には三面頂点を形成しない $\Delta\alpha_{ij}$ の組合せは予め除去した。表4-9に、実験結果から得られた解の多義性の相対頻度(標本数10万)を示す。

表4-9. ランダムな解釈の多義性(鏡像を含まず)

解の数	0	1	2	3	4
相対頻度(%)	21.20	56.38	22.05	0.24	0.13
解が存在する場合中の相対頻度(%)	—	71.55	27.98	0.31	0.16

表4-9より、解が存在する確率は約80%である。即ち、三面頂点解釈においては、でたらめな対応付けに対しても解釈が求められる確率は高く、僅かに20%の場合にのみ、対応付け誤りが検出できることが判る。これは、三面頂点解釈が、弱い対応付け誤り検出能力しか持たない三次元情報抽

出手法であること示すものであり、対応付けが正確でない場合には、他の情報による仮説検証を必要とすることを示す。

また、解が存在する場合の解の個数の平均値は1.3であり、そのうちの70%で解は一意的であった。さらに、多義性は最大4であり、解釈が5個以上得られることは無かった。

#### (3) 解の自由度および個数に関するまとめ

実在する配置をもとに得られた画像に上記の議論を適用した場合、対応付けが正しい時、解(鏡像関係を除く)の数の下限は1である。一方、その上限は表4-1で示した方程式の次数と一致することが判った。この結果はこれらの方程式が既約であることを示している。

- 三直交頂点では、 $(\Delta\beta_{ij})$ のうちのいずれかが0あるいは $\pi$ に等しいとき、解の自由度は1となるが、この配置を除くと)解の自由度は0で、解の数の上限値は1である。即ち、自由度が0の場合の三直交頂点の解釈は常に一意的である。
- 二直交頂点の場合、 $(\Delta\beta_{23})$ が0あるいは $\pi$ に等しいとき、解の自由度は1となるが、この配置を除くと)解の自由度は0で、解の数の上限値は2である。例えば、図4.20(a)は2つの解が存在する例である。
- 一直交頂点および零直交頂点では、常に解の自由度は0である。解の数の上限値は4である。なお、図4.20(b)は4つの解が存在する例である。

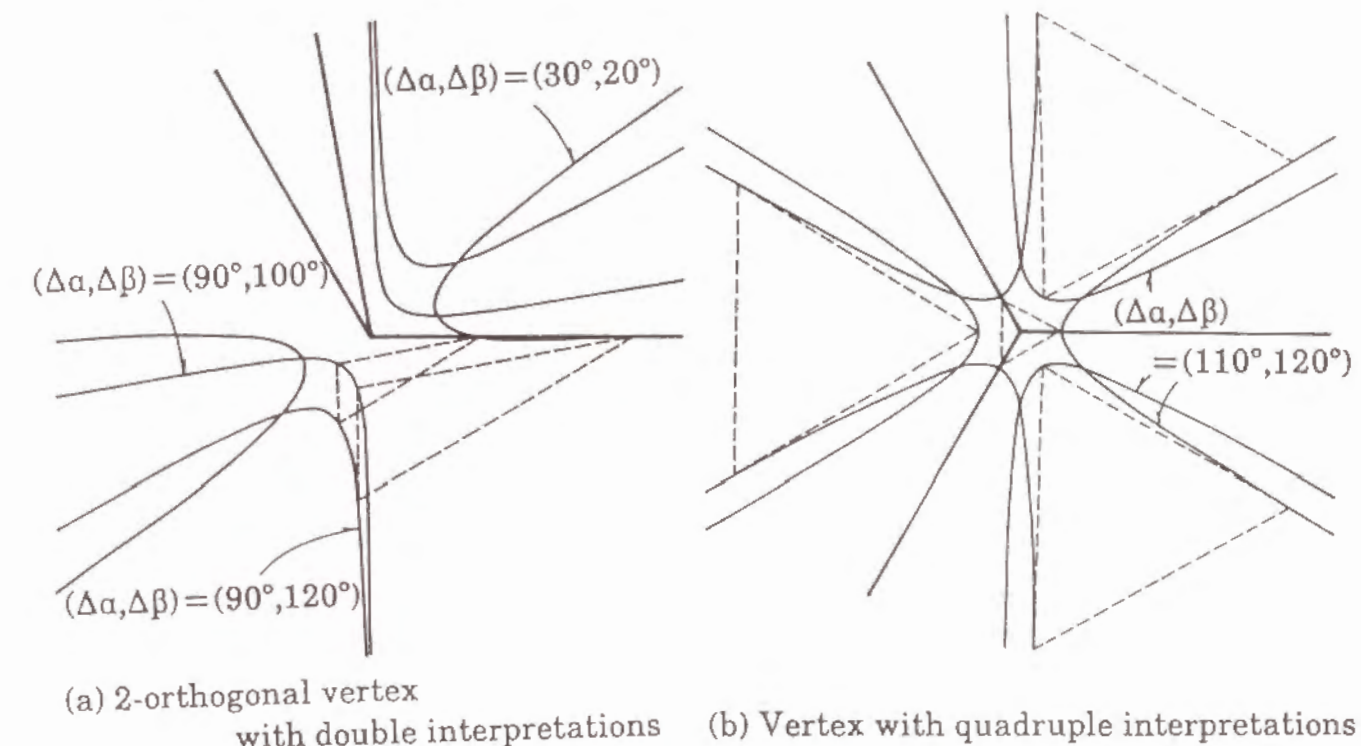


図4.20 三面頂点解釈における多義解の例



#### 4.1.1 無向線分と過剰決定問題の取り扱い

##### 4.1.1.1 無向線分の取り扱い

前節までの議論では、線分に向きがあることを前提としていた。しかし、現実の世界には無向線分として扱った方がよいような基本要素も存在する。さらに、3次元世界では有向線分であっても、画像情報からは向きを特定できない場合もある。これらの状況に正しく対応するには、前節までの議論を一部修正する必要がある。

ここで、1つの無向線分に対しては、2つの有向線分を想定することにより全ての組合せをカバーすることができる。これは、PAT曲線と同時に補PAT曲線を考えることに対応する。即ち、無向基本要素の数を $n$ とすると、 $2^n$ 通りの基本問題の解を求めれば考え得る解を全て求めることができる。

##### 4.1.1.2 過剰決定問題の取り扱い

4.9節までの議論は、基本問題のうちのある集合が1次元探索問題あるいは2次元探索問題に帰着できることを示している。本節では、基本問題の解法をベースとして、一般の姿勢推定問題の解法を論じる。

ここで、基本問題はその定義より明らかなように、自由度を0にするための最小の単位であり必要十分決定問題である。これに対し、一般の姿勢推定は過剰決定問題となる。

過剰決定問題は、幾つかの点で必要十分決定問題とは異なった性質を有し、問題の取り扱いにおいても配慮が必要となる。

- (1) 3次元モデルと画像との対応付けが正しい場合、過剰決定問題では計測誤差・計算誤差の影響で解を一意に決定できないことがある。従って、誤差を考慮した解の同定がより重要になってくる。
- (2) 3次元モデルと画像との対応付けが誤っている場合、必要十分問題では高い確率で（実際とは異なる）尤もらしい解が求まる（4.10節参照）が、過剰決定問題では解が存在しないことが判明する可能性が高い。従って、対応付け誤りの判定をも含めた解法を考慮すべきである。

この2つの要請は排反する要請であり、実際には両方の要請を適当に満たすようにいき値を設定することが望まれる。過剰決定問題に対する解法として、以下に代表的な方法を2つ挙げる。

(a) 全ての対応付けが正しい時のみ解を出す方法

- (a1) 問題中に含まれる部分問題の中から、適当なものを選択する。ここで、計算量の観点からは、できるだけ線分数の少ない基本問題を選択する。
- (a2) その基本問題の解を全て求める。
- (a3) もとの問題に含まれる残りの各要素が、(a2)の解を満足するか否かを検証する。
- (a4) 全ての要素について(a3)の検証を通過したものが解として求まる。

(b) 対応付けのうち、ある率以上の対応付けが正しいものを求める方法

- (b1) 問題中に含まれる部分問題の中には幾つかの基本問題が含まれる。この中から、適当な順序で部分問題を選択し、以下のステップを実行する。ここで、計算量の観点からは、できるだけ線分数を小さくするようにする。
- (b2) (a2)～(a3)を実行する。
- (b3) ここで予め設定した率以上の要素について検証を通過したものが解として求まる。解がない場合、次の基本問題を選択し、ステップ(b2)に行く。全ての基本問題について判定条件が満足されない場合、解はなしと判定する。

2つのアルゴリズムのうち前者は、上記の(1)の要請に対処するためのアルゴリズムである。一方、後者は、(2)の要請にも対処することをめざしたアルゴリズムである。後者は、前者を一般化したものとも考えられるが、前もって与えられる対応付けが誤りを含むことを許容するか否かの違いは大きな差である。なお、アルゴリズム(b)では、ステップ(b1)において部分問題を選択する順序が非常に重要になる。これには、一般的に有効な方法はないが、棄却された部分問題と部分要素をできるだけ共有しないように、次の部分問題を選択するなどの方法により、できるだけいろいろな組合せを平行して調べるなどの工夫が考えられる。また、アルゴリズム(b)では、対応付け率のいき値を予め与えているが、別の方法としては、互いに両立する基本要素の最大集合を求める方法も考えられる。

#### 4.1.2 結言

本章では前章で導出した透視角度変換の一般形を球面PAT曲線に拡張するとともに、これをベースとして単眼視による3次元モデルベースビジョンのための枠組を与えた。球面PAT曲線は第3章で導出したPAT曲線をガウス球面上の議論に拡張したものであり、線分の負の解釈に対しても正しく対応できる。4.3節における線分解釈に関する基本的考察を踏まえて、4.4節では球面PAT曲線を導入し、PAT拘束の概念拡張を行うとともに、その性質を整理した。

一方、3次元モデルベースビジョンに関しては4.2節で3次元物体の記述法を定義し、姿勢推定問題を定式化した。この記述法においては、3次元物体は2種類のベクトルを用いて記述される。即ち、3次元剛体を一組の剛体内ベクトルで、一方、回転関節を関節ベクトルで表現する。これにより、可視および不可視の回転関節軸により接続された3次元剛体よりなる構造を対象とできるようになった。

4.6節では3つの典型的な問題に対する解析を行うとともに、問題の構造を論じた。この結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 剛体の場合、問題は $n$ ベクトルの回転推定問題に帰着される。剛体中の3ベクトルが画像と対応付けられるとき、最大8個の回転候補が角度に基づく勾配推定により求められる。3次元モデル



と画像の間で対応付けられるベクトルの数が増えると、得られる結果の曖昧さは減少する。

- (2) 可視関節軸により2剛体が接続されているとき、回転推定問題は各剛体に関節軸を付加した2つの部分問題に分割でき、各問題は角度に基づく勾配推定により解くことができる。この場合、関節軸の解釈は両方の部分問題を満足しなければならない。
- (3) 不可視軸で2剛体が接続されている場合、問題を部分問題に分割することはできないが、各剛体内で2個以上のベクトルが観測されれば、角度に基づく勾配推定法を適用することができる。この問題と3ベクトル剛体問題の関係を調べることで、基本問題の相互変換に関する2つの定理を導出した。また、この定理を再帰的に適用することにより不可視関節軸を含む基本問題の一群を構成できることを示した。

4.8節では、基本問題に対する回転推定アルゴリズムの機械的な構成法を示した。一般化1次元探索アルゴリズムは0ベクトル剛体を含まない構造に適用できる。一方、一般化2次元探索アルゴリズムは0ベクトル剛体を1つだけ含む構造に適用できる。一般化アルゴリズムの問題依存部分を作成することにより、各基本問題に対する具体的なアルゴリズムを作成できる。一般化アルゴリズムを用いることにより、PAT曲線上のテスト関数の零交差検出により、全ての妥当な配置を検出することができる。4.9節では、実験により各アルゴリズムの有効性を示すと同時に、一般化アルゴリズムが各種の姿勢推定問題に有効であることを示した。また、4.10節では、基本問題のマクロ構造の分析を、三面頂点解釈問題を例にとって行った。4.11節では、無向線分・過剰決定問題の取り扱いについて考察した。本章の結果は、今後のモデルベースビジョンの一つの方向を示したものであり、ロボット視覚等への応用が広く期待できると考えられる。

## 第5章 概念モデルに基づく具体モデルの生成

### 5.1 緒言

3次元空間で自由に行動できる知能ロボットを実現するためには、3次元環境を効率的に把握し、環境の変化に柔軟に適応する能力が必要である。このための、最も汎用的な解決策として、視覚機能の計算機における実現が注目されている。ここで必要となる視覚機能は、入力画像からの3次元空間のモデル生成、および、3次元空間の具体モデルと画像との対応付け(認識)の2つに大別される。このうち後者については、前章の議論を適用できるが、後者については前章の議論だけでは十分ではない。そこで、本章ではまず2つの問題を画像理解系の中で定式化したうえで、画像理解システムの枠組を述べるとともに、現在実現されている廊下のシーンを対象とした、単眼視による3次元モデル生成について述べる。

従来、移動ロボットの研究において、移動にとって最小限必要な情報のみを抽出すればよいとする立場(Moravec [53])がある。この立場では、3次元環境の理解と移動に必要な情報の獲得とを異種のものとして扱い、目的地を視覚により同定することまでは行っていない。一方、予め詳細な世界モデルを持ち、これに従って入力画像を解釈する方法も提案されている(Yachida et al. [54])。これらの方法は、視覚機能利用の一つの形態として実用的価値は高いと考えられるが、環境の変化に対し柔軟に適應できないという問題点を持つ。

環境への適應能力を高めるには、3次元空間の理解が必要となる。従来から、限定されたワールド(ブロック・ワールド(Waltz[8], Sugihara[10]), 折り紙ワールド(Kanade[15])等)の理解の問題は広く取り扱われ、与えられた線画が完全ならば、単眼からでも3次元空間をかなりの程度まで理解できることが示されている。しかし、一般照明下では、完全な線画の生成自体が大きな問題である。線画生成を線画理解のための前処理として理解の問題から分離することは、問題の取り扱いを容易にできるというメリットをもつものの、照明条件・ワールドの限定を必要とする点で実用向きでない。

これに対し、線画生成と線画理解を一体化させ段階的に物体認識を行う試みもなされている(Shirai[55])。ここでは、物体と背景の明るさの差を大きくして、背景の境界を容易に検出できるという条件下で、ブロック・ワールドの線画生成を段階的に進めることにより、ある程度の成果を挙げている。また、3次元モデルを有効に使用して、画像を一般化円筒の投影として解釈することにより、画像を段階的に解釈していく試みもある程度の成果を挙げている(Brooks [56] [48])が、必ずしも3次元のあらゆる姿勢を対象としたものではなく、限定された2次元像にしか適用できないという問題点がある。

本章で扱う廊下シーンのモデル化は、線画生成と線画理解を一体化して考える点でこれらの試みの延長線上にあるが、予め与えられた3次元モデルの中心投影像からの3次元情報復元の観点から、3次元解析を本格的に取り扱う。即ち、対象に関する幾何学的特性を知識として持ち、これに基づく



トップダウン処理と画像情報のみに基づくボトムアップ処理とを融合させることにより、3次元情報を段階的に抽出していく。また、自然照明下のシーンを対象とし、さまざまな光学現象に対応できるように配慮する。

5.2節では、一般論として画像理解問題を定式化し、モデル生成と認識の2つの処理の関係を示す。また、モデル生成を概念モデルと画像の階層的マッチングとして定式化するとともに、その実現システムの構成を述べる。5.3節では、例題として取り上げた廊下のモデル生成について、対象とする廊下が満たすべき条件および画像の撮影条件を述べるとともに、概念モデルの具体的構成とモデル生成処理の概要を説明する。5.4節では、廊下のモデル生成を実現する際に用いられる画像処理および画像解析についてアルゴリズムの詳細を述べる。5.5節では、実際の屋内シーンへの適用結果を示し、概念モデルからの個別モデル生成が実際の画像に対してどの程度可能かを示す。

## 5.2 画像理解問題の定式化

### 5.2.1 モデル生成と環境認識

画像理解は、画像として表現された2次元データから、もとの3次元空間の状態を推定し、予め蓄えられている3次元物体モデルと画像とを対応付ける（画像を解釈する）プロセスとして捉えることができる。

ここで、物体モデルの記述がまず問題となる。物体モデルの記述には種々の選択が考えられるが、概念から具体的物体に至るトリーで記述するのが一般的である。このような物体モデルは、属性継承を効率的に取り扱うことが可能であり、概念を階層的に管理できるという長所がある。即ち、実際のコンピュータビジョンを実現するには不可欠な要素である。

しかし、階層的モデルや属性継承の取り扱いは効率上は非常に重要であるが、画像のモデルに基づく理解として画像理解問題を定式化するにあたっては必ずしも本質的ではない。ここでは、単純なモデルを用いることにより、議論の発散を防ぎ、画像理解問題の本質を明らかにしていく。即ち、物体モデルは、概念に対応する概念モデルと個々の物体に対応する具体モデルの2階層からなるものとする。

画像理解問題は、参照する2種類のモデルに対応して、モデル生成と環境認識の2つ問題に分けて考えることができる。まず、画像データと概念モデルを対応付けて具体モデルを生成するプロセスをモデル生成と呼ぶ。これは、人間が初めて見る環境を自分なりに（構造化して）記憶することに対応し、cognitionの一種であると考えることができる。一方、具体モデルが既知のときに、画像中からその物体を同定し、3次元配置を復元するプロセスを環境認識と呼ぶことにする。これは、人間が既知の環境内で行動するときに必要な処理に対応するもので、recognitionの一種であると考えられる。

本章では、このうち前者のモデル生成に焦点を当てる。ここで、人間の画像理解においては、モデ

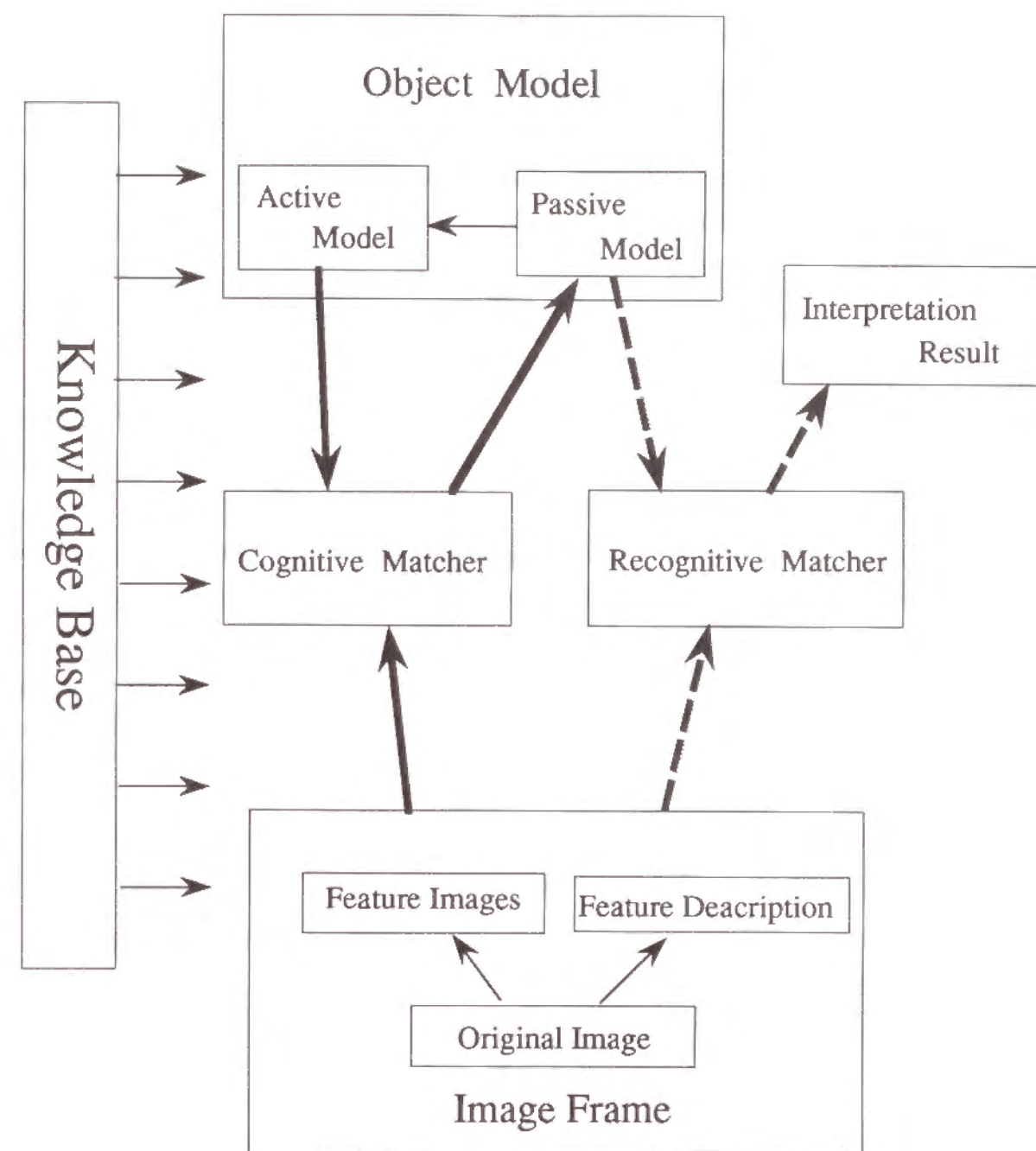


図5.1 画像理解系の概念構成



ル生成が単独で存在するとも考えるよりも、幾つかのプロセスと互いに関連をもってモデル生成が進められるとも考える方が自然である。例えば、モデルの更新、モデル間の関係の構造化（概念化・抽象化）などは、モデル生成と相互に関連を持って進められると考えられる。また、一般には、物体モデルは複数存在するとも考える方が自然であり、画像データによる物体の概念モデルの選択が重要な問題になる。しかし、ここでは、これらの複雑なプロセス間の関係を考慮せず、画像理解の基本問題としてモデル生成問題を単純化して論じる。即ち、概念モデルが選択されたのちに、単眼視画像情報と概念モデルの対応付けにより具体モデルの生成を行う問題のみを取り扱う。

### 5.2.2 画像理解システムの構成

上記の定式化の1つの実現例として、図5.1に示すような、画像理解システムを構成した。ここで、図5.1の各構成要素を以下に示す。

#### (1) IMAGE FRAME

IMAGE FRAME は、画像情報に対応し、原画像および原画像から必要に応じて抽出されるあらゆる特徴画像（エッジ、直線、線分、特徴点など）および特徴記述を含む。これらの諸特徴は、FRAME 形式で管理され、必要に応じて抽出される。（原則として、1度抽出された特徴については、検索操作が施される重複処理は行われない。但し、MATCHER の指示により、最初行われたボトムアップ処理に代って、何らかのトップダウン処理を施し、特徴記述を更新することは頻繁に行われる。）IMAGE FRAME 中には、撮影条件（焦点距離、中心点の位置、視点の位置、視軸）などの付属情報も含まれ、必要に応じて利用できるものとする。

#### (2) ACTIVE MODEL

ACTIVE MODEL は、物体の概念モデルに対応し、概念の階層的記述とこれを具体化するための PLAN とからなる。PLAN は手続き的プロセジャで書かれ、階層的記述を具体化していく。

#### (3) PASSIVE MODEL

PASSIVE MODEL は、物体の具体モデルに対応するもので、ACTIVE MODEL から生成され、AN-INSTANCE-OF の関係で ACTIVE MODEL と関係付けられる。

#### (4) モデル生成部 (COGNITIVE MATCHER)

モデル生成を行う。即ち、ACTIVE MODEL と IMAGE FRAME に蓄えられている特徴を対応付けることにより、PASSIVE MODEL を生成する。モデル生成部は、ACTIVE MODEL に含まれる個別の PLAN により、マッチングを実行するとともに、マッチング結果を IMAGE FRAME の内容にフィードバックする。

#### (5) 認識部 (RECOGNITIVE MATCHER)

PASSIVE MODEL と IMAGE のマッチングにより、対応付け（解釈）を生成する。この際の制御は、MATCHER 自体がもつ共通の PLAN による。

### (6) 画像処理・解析ルーチン群

2種類のマッチングで用いられるさまざまな処理ルーチンは一括して管理され、必要に応じて呼び出される。2種類の MATCHER は、対象に依存しない処理（画像処理、中心投影法に関する処理など）、および、対象依存性の強い処理（対象物に固有の解析方法など）を、適宜用いることができる。

本システムでは、対象依存性をできるかぎり排除したうえで、トップダウン処理の有効利用を最大限進めていく。なお、画像からの2次元特徴抽出、中心投影法に関する各種のトップダウン処理（3次元平行性、直交性、等長性、直方体の検出など）については、対象依存性を排除した構成をとっている。

### 5.2.3 モデル生成処理の進み方

一般に、画像理解システムに要求される重要な性質として、トップダウン処理（物体モデル、解釈結果などの知識を利用した画像処理）と、ボトムアップ処理（知識に依存しない画像処理）の協調が挙げられる (Brooks[56][48], Marr[57], Barrow-Tenenbaum[58])。

トップダウン処理は、効率・性能において優れるという長所と、対象依存性が強くなりすぎると適用範囲が狭くなるという短所を併せ持つ。一方、ボトムアップ処理は、適用範囲が広いものの、効率・性能で劣る場合も多い。両者の適切な使い分けの実現が、システム全体の処理効率・適用範囲を左右する。

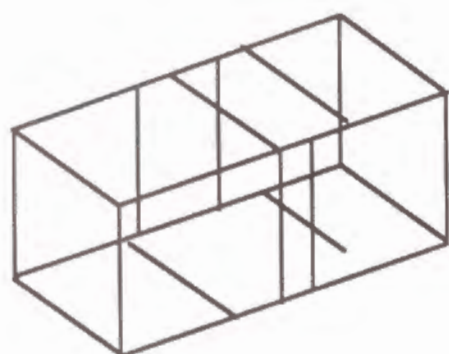
本システムでは、対象依存性をできるだけ排除した上で、トップダウン処理の有効利用を最大限進めるというフィロソフィを採用する。ここで、モデル生成は、ACTIVE MODEL と IMAGE FRAME の間での逐次マッチングとして定式化される。即ち、ACTIVE MODEL は階層的記述からなり、マッチングは階層毎に順次行われて行く。各階層のマッチングにおいては、前の階層のマッチング結果（即ち、解釈）と整合し、かつその階層のモデルと整合するものが選択されていく。

## 5.3 廊下の概念モデルと処理の概要

### 5.3.1 対象に対する仮定と撮影条件

対象とする廊下は以下の各条件を満たすものとする（図5.2）。

- a) 一次近似としては、直方体（3軸を  $x'y'z'$  で表す）である。
- b) 三直交方向の線分が他の方向の線分に比較して多い。
- c) 廊下の高さは、 $\pm 20\%$ の精度で与えられている。
- d) 繰り返し構造を含むかもしれない。



Mutually orthogonal 3 axes  
Several lines along each axis  
Unknown height, width and depth

図 5.2 廊下が満たすべき条件

また、撮影条件は以下の各条件を満たすものとする（図 5.3）。

- i) 対象はビルの中にある廊下とする。
- ii) 視点の高さは既知とする。
- iii) カメラの焦点距離・中心点は既知とする。

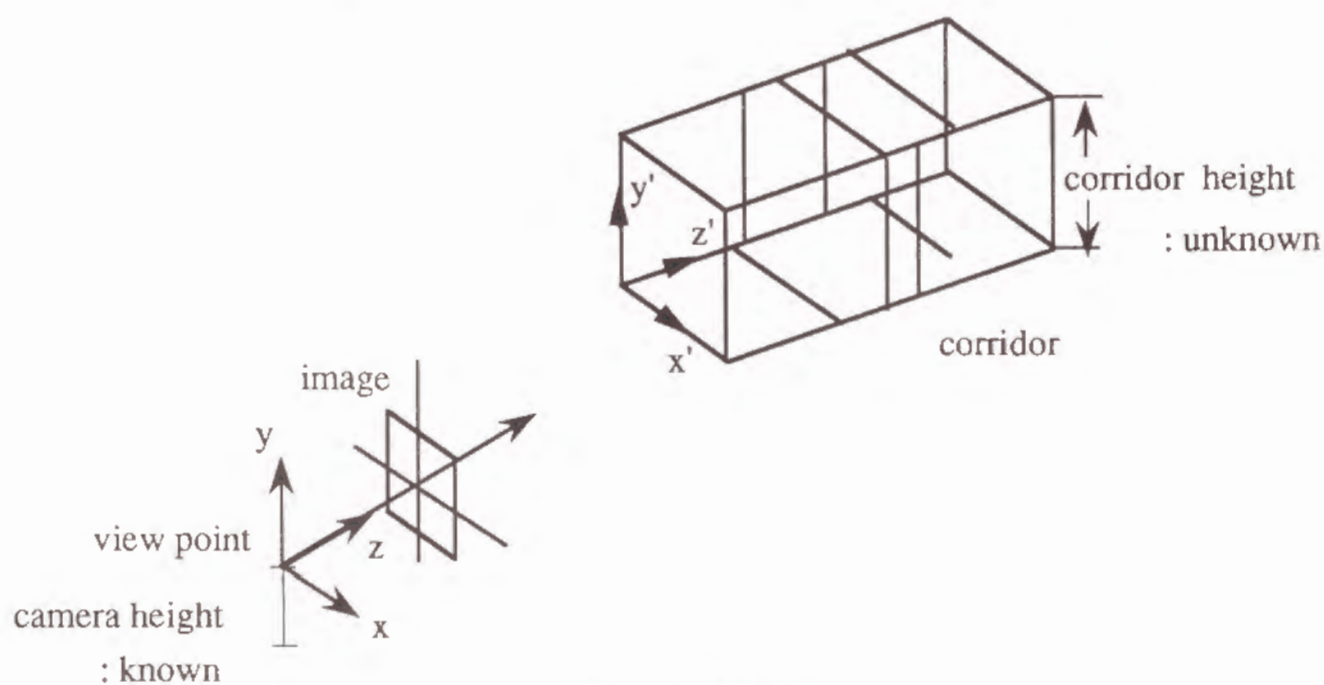


図 5.3 撮影条件

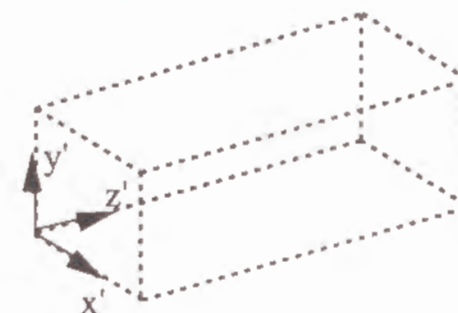
### 5.3.2 廊下の ACTIVE MODEL の構成

廊下の ACTIVE MODEL は、以上の条件を満たす多様な廊下を取り扱えるように、3 段階から構成されている（図 5.4）。

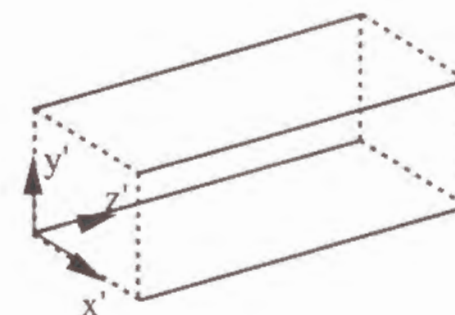
Level-1. 廊下の物体中心座標系 ( $x'y'z'$  系)

Level-2. 廊下の直方体近似表現

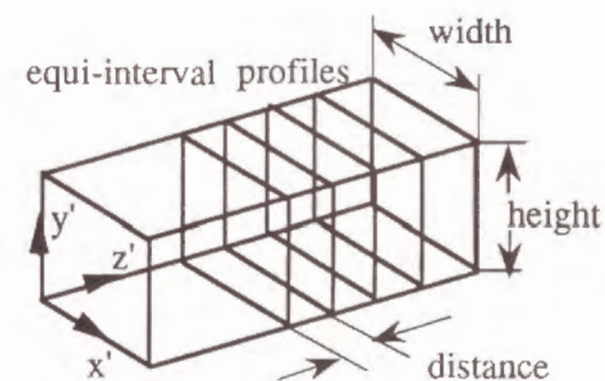
Level-3. 廊下の詳細構造・距離構造



(a) Level 1 : Object-centered coordinate system



(b) Level 2 : Rectangle parallelepiped



(c) Level 3 : Detail structure

図 5.4 廊下の ACTIVE MODEL



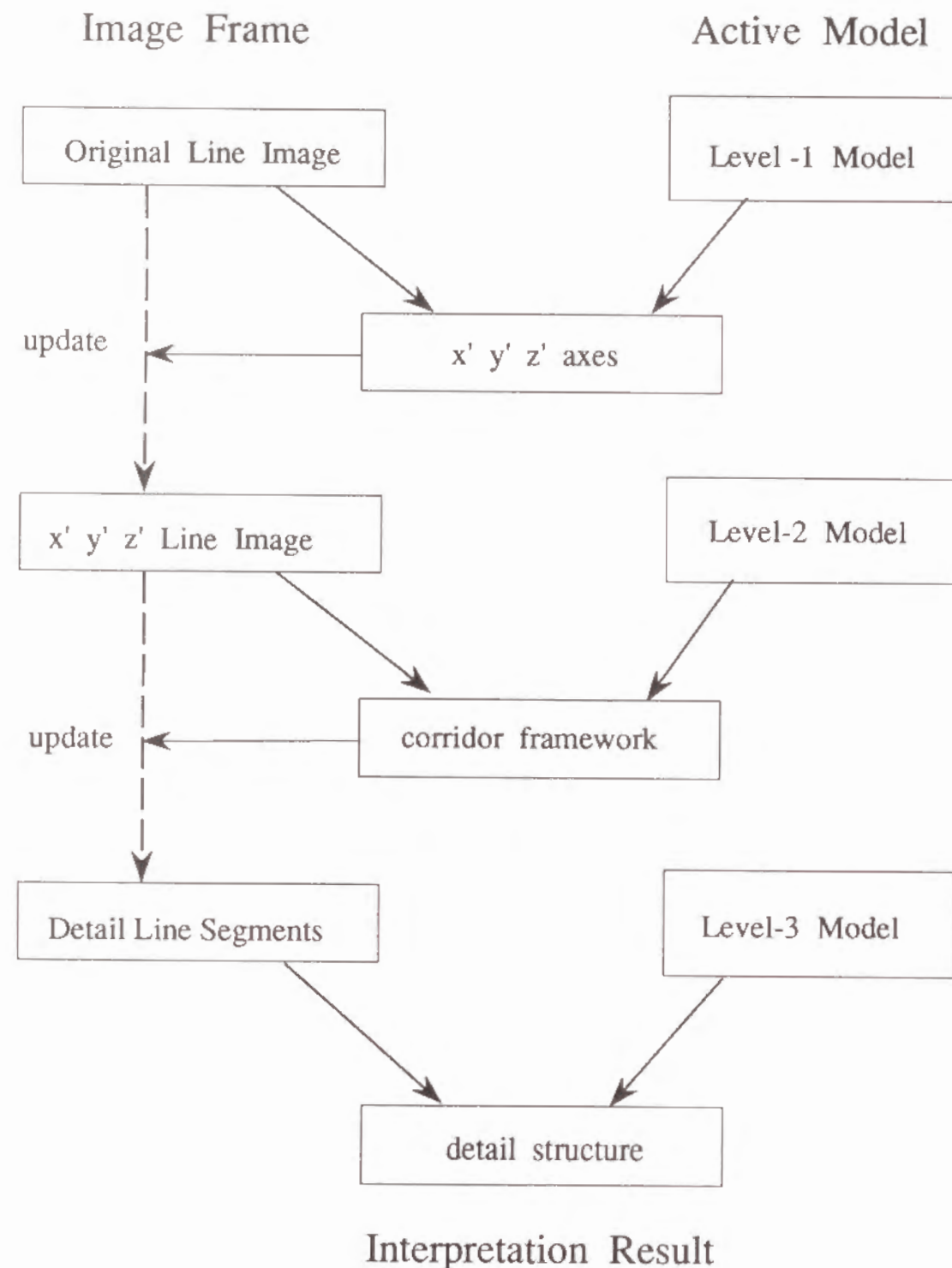


図5.5 Active model と Image frame の相互作用

ACTIVE MODEL は、IMAGE FRAME との相互作用の結果として PASSIVE MODEL を生成する(図5.5)。まず、Level-1において、ACTIVE MODEL はIMAGE FRAME から画像上の線分を3次元直交解釈して直交する3つのベクトルを抽出する。この際、3次元平行性・直交性を重要な手掛かりとして用いる。また、抽出された3つの方向と廊下の3軸( $x'y'z'$ )の対応付けが行われる。なお、直線の抽出はIMAGE FRAMEの中で、入力画像に対するボトムアップ処理として実現される。Level-1のマッチングが終了した時点で、IMAGE FRAME内の線分情報は更新される。即ち、抽出された3つの3次元方向について、より詳細に直線が抽出される。

次に、Level-2においては、こうして得られた線画から、廊下の4面(天井・床・壁面)が抽出される。これは、4面の境界をなす直線(画像上では $z'$ 軸の無限遠点 $\hat{v}_z$ に収束する半直線)を、抽出することにより実現される。これには2つのヒューリスティクスが用いられる。廊下の近似モデル(直方体)と画像とのマッチングは終了する。

Level-3においては、Level-2で得られた廊下の直方体近似モデル上で、3種類の3次元情報復元が行われる。これらは並列の関係にあり独立に動作する。第1の処理は、3次元距離の復元である。3次元距離の推定は絶対距離を1つ与えることにより可能となる。ここでは、視点の高さを既知の距離として用い、廊下の近似モデル上で距離推定を行っている。第2の処理は、繰り返し構造の検出である。これは、ボトムアップに検出される3次元等長性を、フィードバックさせることにより行うものであり、構造に含まれる周期性(等間隔にドアがある等の情報)を抽出する。第3の処理は、壁面の凹凸構造の解析である。壁面の凹凸構造は、Level-2で得られる壁面( $x'y'$ 平面)の上端および下端に相当する $z'$ 軸方向の直線上で、 $x'y'z'$ の3軸方向の線分の接続関係を調べることにより抽出される。

#### 5.4 画像処理・画像解析アルゴリズム

ここでは、IMAGE FRAME内で実現される画像処理、およびACTIVE MODELにより起動される画像の3次元解釈に関する各処理を具体的に実現する際に用いているアルゴリズムを列挙する。エッジ検出、直線の抽出、直交3軸の抽出、廊下の4面の検出、等長性の抽出、および距離情報の復元についてアルゴリズムを示す。

##### 5.4.1 エッジ検出

自然照明下では、画像上に発生するエッジにはさまざまなタイプのものが含まれる。また、エッジの両側領域のコントラストもさまざまである。ここでは、多様な照明条件においても、エッジ点を的確に抽出するために、無方向性のエッジ検出フィルタであるPrewittのフィルタを施した結果に対して、小領域(64画素×64画素)内で閾値を別々に選択することにより、2値のエッジ画像を求める。即ち、Prewittのフィルタを施した結果得られる多値エッジ画像において、各小領域内でヒストグラムを取り、その平均値と分散とから閾値を適応的に選択することにより、画面内の異なったタイ

ブのエッジ点を過不足なく抽出する。

#### 5.4.2 直線の抽出

直線抽出は Level-1 におけるボトムアップ処理と、その後に行われるトップダウン処理の2種類が用いられる。前者を(1)に、後者を(2)に示す。

##### (1) ボトムアップな直線抽出

画像中からの直線の抽出法としては、Hough変換を用いる。なお、Hough変換のパラメータ空間は、Duda-Hart[59]のもの(式(5.1))を用いる。

$$\rho = \hat{x} \cos \theta + \hat{y} \sin \theta \quad (5.1)$$

即ち、パラメータ空間  $(\rho, \theta)$  を考え、画像平面上に存在する各特徴点に対応して、 $\rho - \theta$  平面上でサインカーブを求め、これを累積して求まる分布上でピーク検出を行うことにより直線を検出する。

##### (2) 無限遠点が既知のときの直線抽出

3次元の平行線は同一の無限遠点を持つ。今、無限遠点  $\hat{v}(\hat{x}_\infty, \hat{y}_\infty, f)$  が既知のとき、この点を通る直線群は、次式を満たす。

$$\rho = \hat{x}_\infty \cos \theta + \hat{y}_\infty \sin \theta \quad (5.2)$$

式(5.1),(5.2)を連立させると、次式が得られる。

$$\theta = \text{Tan}^{-1} \frac{\hat{x}_\infty - \hat{x}}{\hat{y} - \hat{y}_\infty} \quad (5.3)$$

ここで、画像面上に存在する各特徴点に対して  $\theta$  を求め、これを累積して求まる分布上でピークを検出することにより、無限遠点を通る直線を求めることができる。3次元空間上の直線は、画像面上では半直線に対応しているから、正確な取り扱いとしては、各点  $(\hat{x}, \hat{y}, f)$  が無限遠点  $\hat{v}$  のどちら側にあるかを求め、別々に分布を取る必要がある。このためには、任意に基準点  $(\hat{x}_0, \hat{y}_0, f)$  を定め、基準点と各特徴点が無限遠点  $\hat{v}$  に対して同じ側にあるか否かを次式で検出すればよい。

$$\text{cite} = (\hat{x}_0 - \hat{x}_\infty)(\hat{x} - \hat{x}_\infty) + (\hat{y}_0 - \hat{y}_\infty)(\hat{y} - \hat{y}_\infty) \quad (5.4)$$

なお、無限遠点が既知である場合の特殊な場合として、画像面上で直線が平行になる場合がある。この場合、直線の方向  $\theta$  が既知であることから、パラメータ空間を  $\rho$  に限定でき、1次元空間上でのピーク検出により直線を検出できる。

#### 5.4.3 直交3軸の抽出

単眼視画像から被写体に固有の物体中心座標系を求めることは一般には容易ではない。しかし、対象が廊下のような人工物の場合、画像上で抽出された直線の集合から人工物に特有の平行性・直交性

などを利用することにより、物体中心座標系の推定が可能になる場合がある。ここでは、この問題を最適化問題として定式化するとともに、これに基づいた直交3軸抽出アルゴリズムを示す。

従来、これに関連する方法として、平行性・直交性を利用した3次元情報の復元方法が各種提案されている。まず、平行性仮説に基づく無限遠点抽出は、従来から人工物を対象とする画像解析に有効であることが知られている(中谷・北橋[46][47], Kender[21])。また、Kender[21]は、Hough変換を用いて3次元平行性をパラメトリックな方法で検出する方法を提案している。一方、直交性仮説に基づく3軸方向決定法として、3.5節では、画像中の3線分が3次元空間で直交する線分の像であると仮定したとき、二義的に解釈が得られることを述べた。また、Kanatani[13]は平行性あるいは直交性に関する仮説を手がかりにして、線画の解釈を求める方法を提案している。

しかし、これらの方法にはいくつかの問題点がある。まず、平行性あるいは直交性のみを用いた手法に共通する問題点としては、平行性と直交性のどちらか一方しか用いていないため、画像上での直線抽出精度により、必ずしも3次元方向を精度よく推定できないことが挙げられる。また、3章で述べた三直交解釈に関してはどの3線分が直交するかを予め求める必要があり、多数の線分が存在する画像では3線分の選択が問題となる。また、Kanatani[13]の方法は、線画の解釈を1つの拘束として平行性/直交性仮説と組み合わせるという点で面白い試みであり、完全に近い線画が得られる場合には有効と考えられるが、自然の照明環境のように不完全な線画しか得られない場合には適用が難しいという問題点がある。

ここでは、これらの問題点を解決するため、次に述べるアルゴリズムを用いる。即ち、平行性と直交性を1つの最適化問題の中で取り扱うことにより、自然照明条件で得られる不完全な線画に対しても対応でき、直線抽出時に生じる測定誤差に対しても強い直交3軸抽出アルゴリズムを導出した。

##### (1) 問題の定式化

画像上で検出された2直線に対して、3次元平行性を仮定すると、画像上での2直線の交点の位置から直線の3次元勾配を推定することができる。いま、画像上で観測される直線  $L_i (i = 1, 2, \dots, n)$  に対して、解釈平面の単位法線ベクトルを  $\mathbf{i}_i$  とする。このとき、2直線  $L_i$  と  $L_j$  が平行であると仮定すると、2直線の勾配は次の  $\mathbf{l}_{ij}$  で与えられる。

$$\mathbf{l}_{ij} = U(\mathbf{i}_i \times \mathbf{i}_j) \quad (5.5)$$

今、画像上に  $n$  本の直線が存在するとき、 ${}_nC_2$  通りの平行性仮説が存在することになる。従って、全ての組合せに対して式(5.5)が計算でき、この結果を、ガウス球面上に集積することにより、3次元空間での平行性を次式で表すことができる。

$$\text{par}(\mathbf{l}) = \sum_{i \neq j} e^{-\lambda_1 \|\mathbf{l} \times \mathbf{l}_{ij}\|^2} \quad (5.6)$$



ここで、 $\lambda_1$  は重みパラメータであり、 $l_{ij}$  の検出精度に依存する。

関数  $par(l)$  を用いて、直交 3 軸検出問題は次式で定義されるポテンシャル関数の最適化問題に帰着することができる。

$$ortho3(l_1, l_2, l_3) = - \prod_{n=1,2,3} (1 + \log(1 + par(l_n))) + \lambda_2 e^{\lambda_3(1 - \|l_1 \times l_2\| \cdot l_3)} \quad (5.7)$$

なお、式 (5.7) において、第 1 項は平行性仮説に対応し、第 2 項は直交性仮説に対応する。 $\lambda_2$  および  $\lambda_3$  は重みパラメータであり、2 つの仮説の相対的な強さはこれによって制御することができる。即ち、問題はポテンシャル関数  $ortho3$  の最小化問題として定式化できる (図 5. 6)。

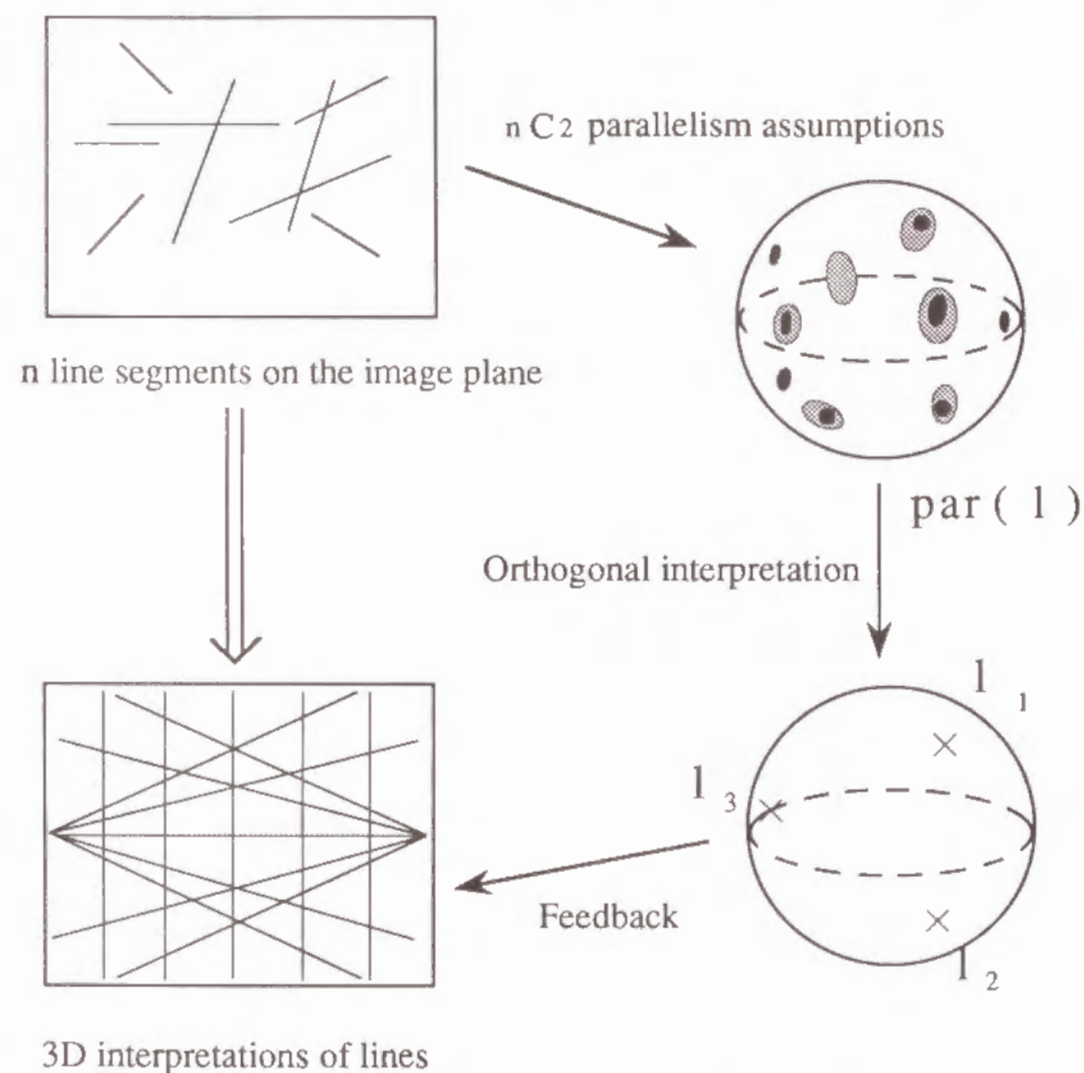


図 5. 6 画像上の線分集合からの直交 3 軸の検出

## (2) アルゴリズム

ここで、ポテンシャル関数  $ortho3$  は 3 つの単位ベクトル  $l_1, l_2, l_3$  に対して定義され、各単位ベクトルは 2 自由度を持つから、 $ortho3$  の最適化は 6 次元空間 (6 変数) の最適化問題であることが判

る。この問題の解法として、まず、一般的な手法により力づくで解くことが考えられるが、これは計算量の点から現実的ではない。そこで、 $ortho3$  の性質に着目して、より現実的なアルゴリズムを導出するのが賢明と思われる。

ところで、3 次元平行性は、 $par(l)$  の極大値を検出することにより抽出可能である。また、ここで検出された各ピークに対応する単位ベクトルの集合から、直交に近い関係にある対を抽出することは容易である。さて、式 (5.7) において、 $\lambda_2, \lambda_3$  を適当に大きく選択すると仮定すると、3 つのベクトルがほぼ直交関係にあるところを以外では、 $ortho3$  は十分に大きな値になる。従って、何らかの方法で、ほぼ直交しているベクトル対を検出することができれば、 $ortho3$  の最適化問題は、有限個の近傍内での最適化問題に帰着することができる。

即ち、最初に平行性を手がかりとして平行線分群をまず抽出し、次に、平行線分群間の直交性から直交 3 軸を抽出することを試みる。この近傍で  $ortho3$  の最適化を行うことにより、問題を解くことができる。以下に、アルゴリズムを示す。

### ステップ 1: 平行線群の抽出

画像上で検出される直線から、式 (5.6) で定義される  $par(l)$  を計算する。得られた分布  $par(l)$  上でピーク検出を行うことにより、3 次元平行性の候補を検出することができる。いま、得られる単位方向ベクトルを  $l_i^* (i = 1, 2, \dots, m)$  で表すことにする。

### ステップ 2: 平行線群間の直交性の検出

ステップ 1 で求められた  $m$  組の方向ベクトル  $l_i^*$  を要素とする全ての対 ( $mC_2$  組) に対して、直交関係を調べる。具体的には、次式により直交性を調べ、いき値以上の対 ( $l_i^*, l_j^*$ ) を全て抽出する。

$$ortho2(l_i^*, l_j^*) = \|l_i^* \times l_j^*\| \quad (5.8)$$

### ステップ 3: 三直交直線群の抽出

平行線分群の間に存在する直交性により以下の各方法で三直交解釈を求める。

- (a) 互いにほぼ直交する 3 つの直線群  $l_i^*, l_j^*, l_k^*$  が存在するとき  
 $l_i^*, l_j^*, l_k^*$  の近傍で、山登り法により最適解を求める。
- (b) 三直交直線群がなく、直交する直線群  $l_i^*, l_j^*$  が存在するとき  
 残りの直線群に対応する方向ベクトル  $l_k^*$  は次式により推定できる。

$$l_k^* = U(l_i^* \times l_j^*) \quad (5.9)$$

従って、(a) の場合と同様に、 $l_i^*, l_j^*, l_k^*$  の近傍で、式 (5.7) をポテンシャル関数として山登り法を適用し、最適解を求めることができる。

- (c) 直交する直線群がなく、平行線分群  $l_i^*$  が単独で存在するとき

$\mathbf{l}_i^*$  に直交する大円上で、次式で定義される分布  $par'(\mathbf{l})$  のピークを検出する。

$$par'(\mathbf{l}) = par(\mathbf{l}) + \sum_{j=1}^n e^{-\lambda_1 \|\mathbf{l} \times \mathbf{l}_j^*\|^2} \quad (5.10)$$

$$\text{但し、} \mathbf{l}_j^* = U(\mathbf{l}_i^* \times \mathbf{i}_j) \quad (5.11)$$

ピークが存在するとき、これに対応する方向ベクトルを  $\mathbf{l}_j^*$  として、(b) と同じ方法で最適解を求める。

#### ステップ4：平行性仮説を用いない3線分直交解釈

ステップ3で、適当な三直交方向が見つからない場合、平行性を用いないで三直交解釈を求める。ここで、線分の長さにより線分を順序付けし、順序の和が小さいものから順に3線分の組合せを選択して、3線分直交解釈を行う。この結果得られる単位方向ベクトル  $\mathbf{l}_n^*$  ( $n = i, j, k$ ) のそれぞれについて、次式を評価関数として直交解釈を求める。

$$f(\mathbf{l}_i^*, \mathbf{l}_j^*, \mathbf{l}_k^*) = \sum_{n=i,j,k} par(\mathbf{l}_n^*) \quad (5.12)$$

#### 5.4.4 奥行き・幅・高さ軸の同定

直交3軸が抽出された段階では、軸の方向は判っているものの、3軸のどれが奥行き ( $z'$  軸)・幅 ( $x'$  軸)・高さ ( $y'$  軸) に対応するかはまだ明らかでない。カメラの視軸が廊下の面とほぼ平行であるというを用いることにより、廊下の3軸のうち、 $y'$  軸を限定することができる。一方、 $x'$  方向と  $z'$  方向の識別を確実に行うのはそれほど容易ではないが、次の2種類の情報を利用することができる。

- (a) 事前にカメラと廊下の相対位置関係 (例えば、カメラの視軸がほぼ  $z'$  方向と平行といった情報) が既知の場合には、視軸とのずれにより、 $z'$  方向を簡単に識別できる。
- (b) 廊下の奥行きは幅に比べて相対的に長いことが多い。従って、無限遠点が実画像上にある場合には、その無限遠点の近傍にその点に収束する線分が存在するか否かにより、その無限遠点が  $z'$  方向  $x'$  方向のいずれに対応するかを判定することができる。

#### 5.4.5 廊下の4平面の抽出

廊下の3軸が同定された時点で次に必要な処理は、廊下を構成する4平面の抽出である。これは、隣合う2平面の交線 (四隅) を抽出することにより実現できる。

廊下内部で撮影された画像を対象とする場合、 $z'$  方向の無限遠点  $\hat{v}_{z'}$  が抽出された段階では、四隅に対応する半直線の画像上の位置を限定できる。即ち、 $z'$  方向の無限遠点  $\hat{v}_{z'}$  を通る  $x'$  方向および  $y'$  方向の直線像により画像を4つの象限に分割したとき、四隅に対応する半直線は各象限にそれぞれ1本ずつ存在しなければならない。従って、四隅の選択は、4象限から各1本ずつを選択する組合せの中での最適化問題に帰着される。

ここで、四隅に対応する直線は直方体上の平行線分であるから、その断面は長方形になる筈である。これを利用することにより、四隅を抽出することができる。

今、第  $i$  象限の半直線を  $\hat{l}_i$  で示し、図5.7に示したように、 $\hat{l}_1$  上に適当な点  $\hat{p}_1$  を選択する。ここで、点  $\hat{p}_1$  から出発し、反時計回りに、幅方向、高さ方向に進んだ時、 $\hat{l}_2, \hat{l}_3, \hat{l}_4, \hat{l}_1$  にぶつかる点を  $\hat{p}_2, \hat{p}_3, \hat{p}_4, \hat{p}_5$  とすると、 $\hat{p}_1$  と  $\hat{p}_5$  は同じ位置になければならない。この関係を用いて、評価関数を次式で定義できる。

$$cls(\hat{l}_1, \hat{l}_2, \hat{l}_3, \hat{l}_4) = \angle \hat{p}_1 \hat{p}_2 \hat{p}_5 + \angle \hat{p}_1 \hat{p}_4 \hat{p}_5 \quad (5.13)$$

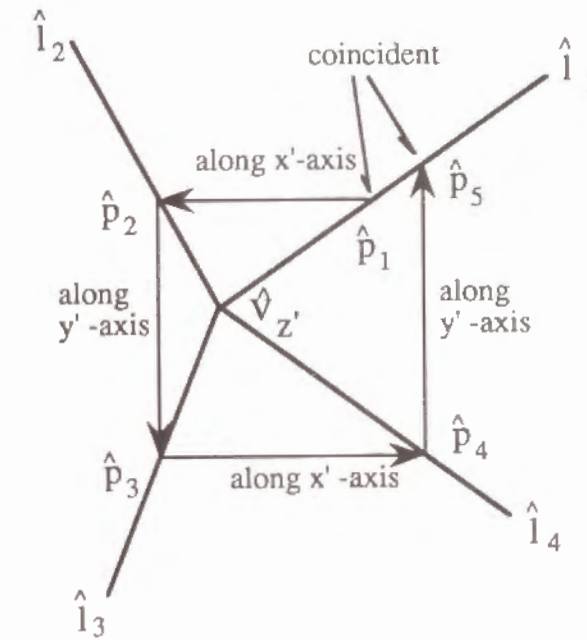


図5.7 廊下の四隅の検出 (閉ループ性のチェック)

なお、計算量の観点からは、式(5.13)の最適化をいきなり行う前に何らかの候補限定を行うことが望まれる。ここでは、廊下の高さと視点の高さを利用したヒューリスティクスを利用して予め考えるべき組合せを少なくする。

視点の高さ  $h_e$  が既知であり、天井の高さ  $h_c$  の範囲が与えられると、廊下の左右を別々に取り扱って、考慮すべき組合せを予め限定することができる。即ち、図5.8に示したように、廊下の  $z'$  軸の無限遠点  $\hat{v}_{z'}$  を通る  $x'$  方向の直線像  $\hat{l}_{x'}$  と、対象とする2つの稜線を結ぶ高さ方向の線分  $\hat{p}_i \hat{p}_{5-i}$  ( $i = 1, 2$ ) を考え、これと  $\hat{l}_{x'}$  の交点  $\hat{p}_e$  を求める。ここで、2つの稜線が正しければ、次式が成立する。

$$\frac{\|\hat{p}_i - \hat{p}_{5-i}\|}{\|\hat{p}_e - \hat{p}_{5-i}\|} = \frac{h_c}{h_e} \quad (5.14)$$

これを検証するためには、次式で定義される  $lht$  が1以下であるか否かを確かめればよい。

$$lht(\hat{l}_i, \hat{l}_{5-i}) = \left| 1 - \frac{\|\hat{p}_i - \hat{p}_{5-i}\| h_e}{\|\hat{p}_e - \hat{p}_{5-i}\| h_c} \right| \quad (5.15)$$



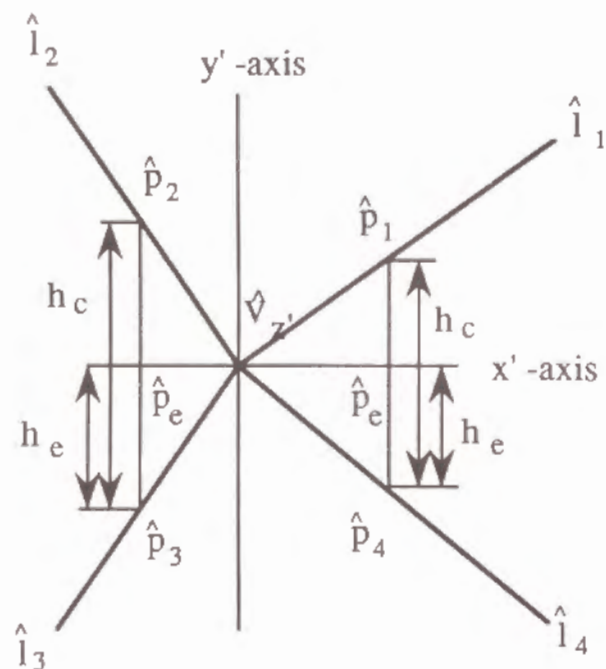


図5.8 廊下の四隅の検出(眼の高さと廊下の高さの比)

#### 5.4.6 等間隔な特徴点の検出

図5.9のように、直線  $L$  上に、等長な線分  $P_a P_b$  と線分  $P_c P_d$  が存在すると仮定する。また、点  $P_i(X_i, Y_i, Z_i)$  ( $i = a, b, c, d$ ) の画像上の位置を  $\hat{p}_i(\hat{x}_i, \hat{y}_i, f)$  とする。また、この線分の無限遠点を  $\hat{v}$  とする。このとき、式(5.16)で示される3次元空間上の等長性は、画像上では式(5.17)にマッピングされる。

$$\|P_a - P_b\| = \|P_c - P_d\| \quad (5.16)$$

$$\frac{1}{\|\hat{p}_a - \hat{v}\|} - \frac{1}{\|\hat{p}_b - \hat{v}\|} = \frac{1}{\|\hat{p}_c - \hat{v}\|} - \frac{1}{\|\hat{p}_d - \hat{v}\|} \quad (5.17)$$

即ち、一般に3次元空間内の直線上に存在する2点  $P_i, P_j$  の中心投影像  $\hat{p}_i, \hat{p}_j$  は、直線上の平行移動に関して、次式の意味で不変である。

$$\zeta(\hat{p}_i, \hat{p}_j) = \frac{1}{\|\hat{p}_i - \hat{v}\|} - \frac{1}{\|\hat{p}_j - \hat{v}\|} = \text{const.} \quad (5.18)$$

式(5.18)は、直線上の等長性に関する写像であるが、直線上に端点を持つ平行で等長な2線分  $P_i P'_i, P_j P'_j$  を考えると、次式が成立する。

$$\frac{\|\hat{p}_i - \hat{p}'_i\|}{\|\hat{p}_i - \hat{v}\|} = \frac{\|\hat{p}_j - \hat{p}'_j\|}{\|\hat{p}_j - \hat{v}\|} \quad (5.19)$$

3次元空間内の直線の2次元像(半直線)とその無限遠点  $\hat{v}$  が既知の時、式(5.17), (5.18)により等長性を検出できる。ここで、半直線上の特徴点の列を  $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{p}_3, \dots, \hat{p}_n$  とする。このとき、次

式で定義される  $eql_3(\hat{p}_i, \hat{p}_j, \hat{p}_k)$  が、いき値以下であるか否かで等長性を検出する。

$$eql_3(\hat{p}_i, \hat{p}_j, \hat{p}_k) = |d_j - \frac{2d_j d_k}{d_i + d_k}| \quad (5.20)$$

ここで、 $d_i = \|\hat{p}_i - \hat{v}\|$  とする。

また、次式により、 $P_i P_j$  と  $P_k P_l$  の等長性を検出できる。

$$eql_4(\hat{p}_i, \hat{p}_j, \hat{p}_k, \hat{p}_l) = |d_i - \frac{d_i d_j d_k}{d_i d_j - d_k d_j + d_k d_i}| \quad (5.21)$$

式(5.20), (5.21)により等長性が検出されたとき、これをもとに、半直線上に新たな特徴点の検出を行うことができる。これは、式(5.18)において、 $\zeta$  と  $\hat{p}_i$  から  $\hat{p}_j$  を求め、この点が特徴点であるかどうかを検証することにより可能となる。

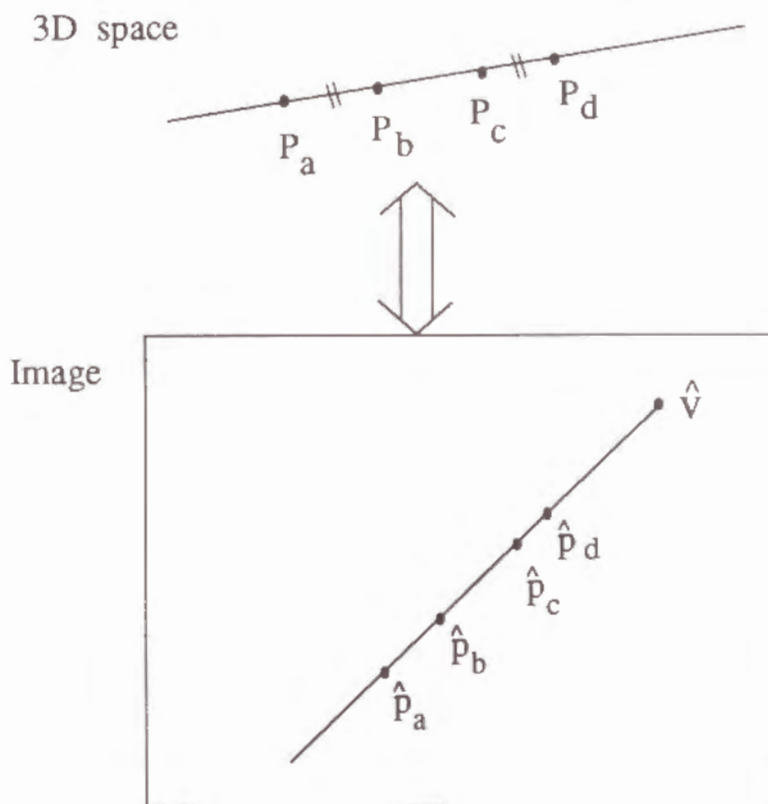


図5.9 3次元等長性と無限遠点

#### 5.4.7 距離情報の復元

単眼視だけからボトムアップに距離情報を復元することは、一般には不可能である。これに対して、対象に関する適切な知識が与えられた場合、単眼視においても距離情報の抽出が可能である。

ここでは、(1)で最も簡単な距離情報復元法として1点の3次元座標からの3次元情報抽出法を示し、(2)で視点の高さからの距離情報復元の際に重要な役割りを果たす直線上の2点間の距離からの3次元情報抽出法を述べる。

#### (1) 直線上の点の3次元座標の1つからの3次元情報抽出

画像上の点  $\hat{p}_0(\hat{x}_0, \hat{y}_0, f)$  に対応する3次元空間内の点  $P_0$  の直交座標のうちの1つが既知のとき、残りの2つの座標は中心投影の関係(式(2.2))から簡単に求められる。 $z$ 座標  $Z_0$  が既知のとき、

$$(Y_0, Z_0) = \left( \frac{X_0}{\hat{x}_0} \hat{y}_0, \frac{X_0}{\hat{x}_0} f \right) \quad (5.22)$$

$y$ 座標  $Y_0$  が既知のとき、

$$(X_0, Z_0) = \left( \frac{Y_0}{\hat{y}_0} \hat{x}_0, \frac{Y_0}{\hat{y}_0} f \right) \quad (5.23)$$

$z$ 座標  $Z_0$  が既知のとき、

$$(X_0, Y_0) = \left( \frac{Z_0}{f} \hat{x}_0, \frac{Z_0}{f} \hat{y}_0 \right) \quad (5.24)$$

ここで、点  $\hat{p}_0$  が点  $\hat{v}(\hat{x}_\infty, \hat{y}_\infty, f)$  を無限遠点とする半直線  $\hat{l}$  上にあるとき、 $\hat{l}$  上の点  $\hat{p}(\hat{x}, \hat{y}, f)$  に対応する3次元座標  $P(X, Y, Z)$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} (X, Y, Z) &= \left( \frac{\hat{x}Z}{f}, \frac{\hat{y}Z}{f}, \frac{\hat{x}_0 - \hat{x}_\infty}{\hat{x} - \hat{x}_\infty} Z_0 \right) \\ &= \left( \frac{\hat{x}(\hat{x}_0 - \hat{x}_\infty)}{f(\hat{x} - \hat{x}_\infty)} Z_0, \frac{\hat{y}(\hat{x}_0 - \hat{x}_\infty)}{f(\hat{x} - \hat{x}_\infty)} Z_0, \frac{\hat{x}_0 - \hat{x}_\infty}{\hat{x} - \hat{x}_\infty} Z_0 \right) \end{aligned} \quad (5.25)$$

#### (2) 直線上の2点間の距離からの3次元情報抽出

無限遠点  $\hat{v}(\hat{x}_\infty, \hat{y}_\infty, f)$  が既知の直線  $L$  上で、2点  $P_1(X_1, Y_1, f)$ ,  $P_2(X_2, Y_2, f)$  (但し、2点の像  $\hat{p}_1$  と  $\hat{p}_2$  は  $\hat{v}$  の同じ側にあり、 $\hat{p}_2$  の方が  $\hat{v}$  に近いものとする) 間の3次元距離が既知であれば、点  $P_1$  の  $z$ 座標  $Z_1$  は次式で与えられ、議論は(1)に帰着できる。

$$Z_1 = \frac{\hat{x}_\infty - \hat{x}_1}{\hat{x}_2 - \hat{x}_1} \frac{f \|P_1 - P_2\|}{\sqrt{f^2 + \hat{x}_\infty^2 + \hat{y}_\infty^2}} \quad (5.26)$$

直線が画像と平行の時には、式(5.26)の代りに次式により点  $P_1$  の  $z$ 座標  $Z_1$  を求めることができ、議論は(1)に帰着できる。

$$Z_1 = \frac{f \|P_1 - P_2\|}{\sqrt{(\hat{x}_2 - \hat{x}_1)^2 + (\hat{y}_2 - \hat{y}_1)^2}} \quad (5.27)$$

#### 5.4.8 壁面構造の解析

Level-2で得られた壁面( $x'y'$ 平面)に対して、壁面のより詳細な構造解析を行うことにする。これは、壁面の上端と下端に相当する  $z'$  方向の線分上での、 $x'y'z'$  の3軸方向の接続関係を調べるこ

により実現する。図5.10は第2・第3象限の  $z'$  方向線分  $\hat{l}_2, \hat{l}_3$  を示す(第1・第4象限についても同様である)。また、2線分付近を両端とする  $y'$  方向の線分を無限遠点  $\hat{v}$  から遠くなる順に  $\hat{l}_{y'i} (i = 1, 2, \dots, n)$  で表し、この線分(あるいはその延長線)と  $\hat{l}_j (j = 2, 3)$  の交点を  $\hat{p}_{ji}$  とする。さらに、点  $\hat{p}_{ji}$  を通る  $x'$  方向の直線と、線分  $\hat{l}_{y'(i+1)}$  の交点を点  $\hat{p}'_{j(i+1)}$  とする。

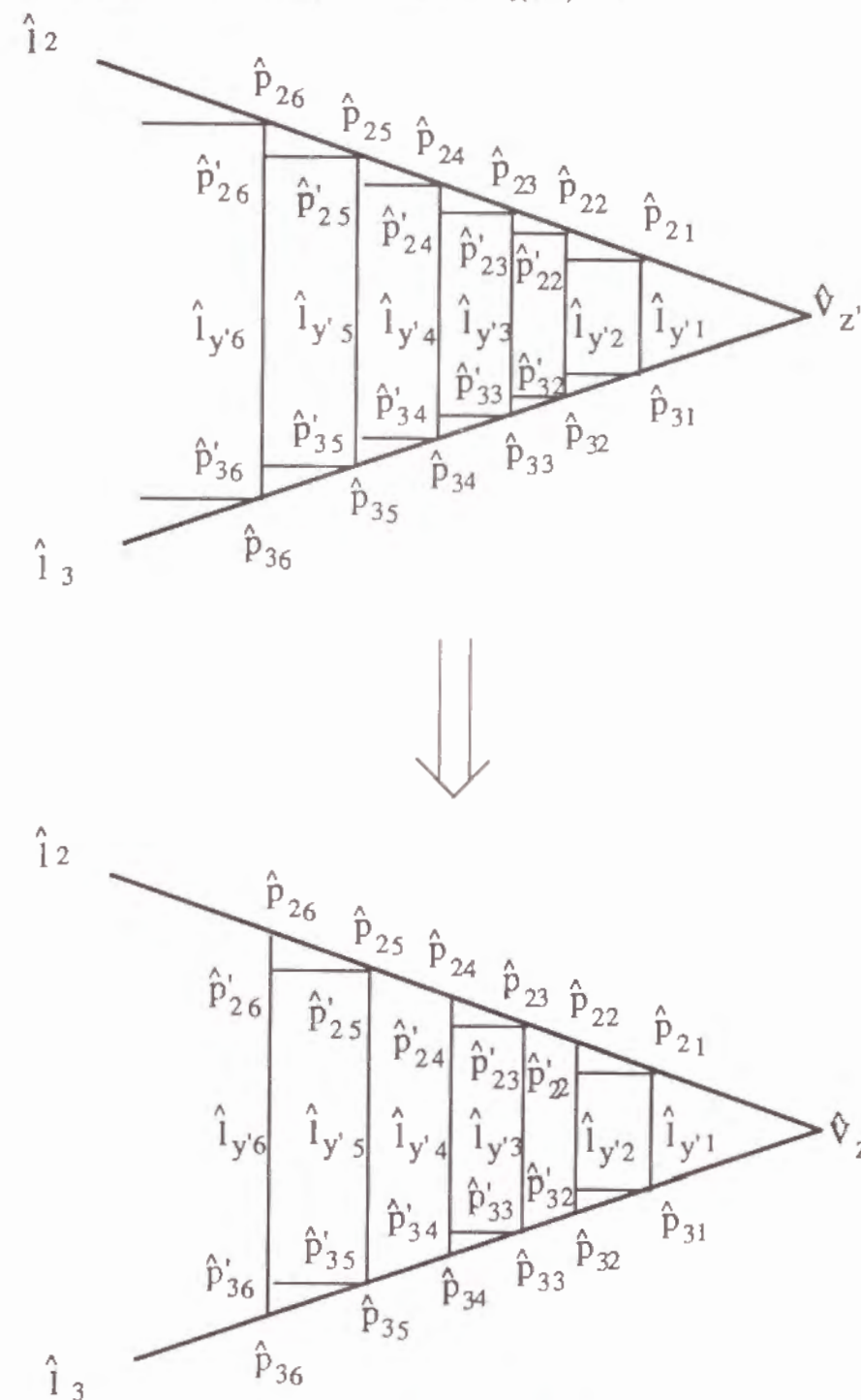


図5.10 壁面構造の解析

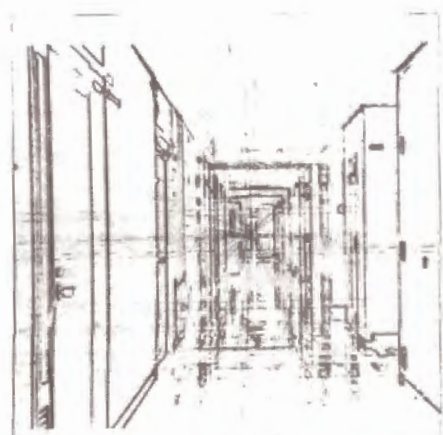




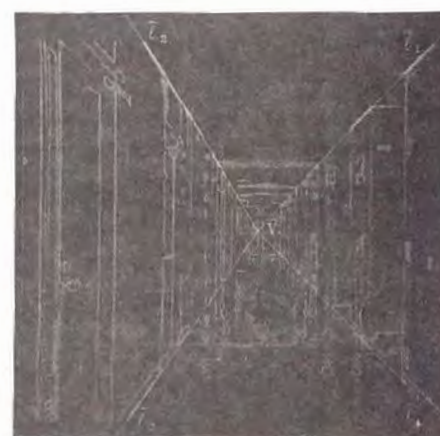
(a) 原画像



(b) 直線抽出結果



(c) 3 直交直線群の抽出結果



(d) 四隅の抽出結果



(e) 最終結果

図 5. 1 1 廊下シーンの処理例 (1)



(a) 原画像

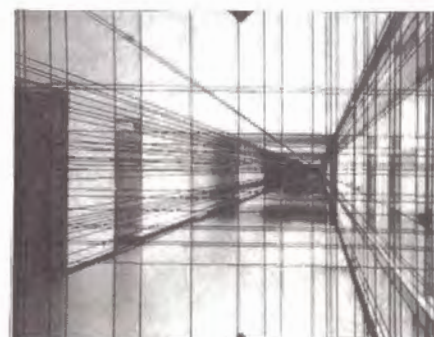


(b) 壁面構造解析結果

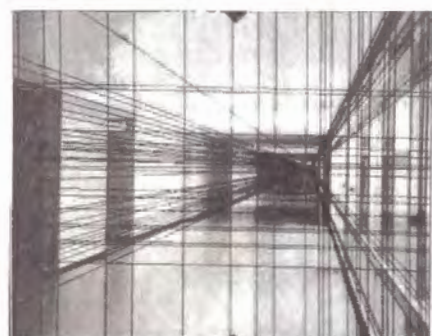
図 5. 1 2 廊下シーンの処理例 (2)



(a) 直線抽出結果



(b) 3 直交直線群の抽出結果



(c) 近似直交に対応する直線群



(d) 四隅の抽出結果

図 5.1.3 廊下シーンの処理例 (3)

このとき、壁面構造解析アルゴリズムは次のようになる。

- i) 各点  $\hat{p}_{ji}$  において、 $x'$  方向の線分  $\hat{p}_{ji}\hat{p}_{j(i+1)}$  と  $z'$  方向の線分  $\hat{p}_{ji}\hat{p}_{j(i+1)}$  が画像上での強度（線分上の点がエッジである確率）を調べる。これを、 $edge(\hat{p}_{ji}, x')$  および  $edge(\hat{p}_{ji}, z')$  と表現する。
- ii) 次式が非負のとき、 $\hat{l}_i$  と  $\hat{l}_{i+1}$  の間には  $x'y'$  平面があると判定する。また、逆に負のとき、 $y'z'$  平面があると判定する。

$$plane1 = \sum_{j=2,3} (edge(\hat{p}_{ji}, x') - edge(\hat{p}_{ji}, z')) \quad (5.28)$$

- iii) 上記の結果で、 $x'y'$  平面が連続する場合、次式で与えられる  $plane2$  が非負ならば、 $\hat{l}_i$  と  $\hat{l}_{i+1}$  の間の解釈を  $y'z'$  平面に変更する。一方、負のときには、 $\hat{l}_{i+1}$  と  $\hat{l}_{i+2}$  の間の解釈を  $y'z'$  平面に変更する。

$$plane2 = \sum_{j=2,3} (edge(\hat{p}_{j(i+1)}, x') - edge(\hat{p}_{ji}, x')) \quad (5.29)$$

このアルゴリズムにより、壁面を  $y'z'$  平面と  $x'y'$  平面の列として解釈することができる。なお、このアルゴリズムを実際の画像に適用した場合、無限遠点に近い領域では画像上での線分長が短くなり、解析結果としてえられる解釈に誤りが含まれることが多くなる。しかし、これはこの解析法の問題というよりも問題そのものの難しさによると考えられる。

## 5.5 実験結果

### 5.5.1 廊下の具体モデルの生成

図 5.1.1 (a) は、カメラパラメータ既知のカメラで撮影した原画像である。これを対象として用いた時に得られる中間結果を、図 5.1.1 (b)～(e) に示す。(b) は原画像からボトムアップに得られ直線抽出結果（量子化レベル：0.5 度）である。

これに対し、(c) は Level-1 の概念モデルに対応付けられた直交 3 軸方向の直線抽出結果である。(b) と (c) は、それぞれ Level-1 のマッチング開始時と終了時の IMAGE FRAME の内容に相当し、両者を比較すると、画像処理における知識の役割の大きさがよく分かる。

(d) は、Level-2 の概念モデルと対応付けられた廊下の直方体近似を示す。(e) に、Level-3 のマッチング結果であり、等間隔の断面と代表的な距離を表示している。等間隔な断面は、 $z'$  方向の半直線  $\hat{l}_i$  と  $y'$  方向の線分集合の交点に対し、5.4.6 節の議論を適用して等間隔な 4 点を抽出し、各点を含む  $x'y'$  平面を表示したものである。

距離はカメラの高さをもとに、5.4.7 節の議論により求められた。廊下の幅については、実測値 1.98 m に対して、推定値 2.00 m（推定誤差：1.0%）であった。また、奥行きについては、実測値 9.60 m に対して、推定値 9.77 m（推定誤差：1.8%）が得られた。



図 5.12 (b) は同じ廊下を異なる視点から撮影して得られた画像 (図 5.12 (a)) の Level-3 の処理 (壁面構造の解析) 結果を示す。廊下に沿って、 $z'y'$  平面と  $y'z'$  平面が形成する構造がカメラに近い領域では正しく抽出されていることが判る。

#### 5.5.2 Level-1 処理と Level-2 処理

式 (5.6) および (5.7) のパラメータ  $\lambda_1, \lambda_2$  および  $\lambda_3$  を実験により選択し、それぞれ 60, 10, 40 に設定した。なお、3つのパラメータのどれに対しても結果は安定しており、例えば  $\lambda_3$  を 20 から 60 まで変化させても結果には殆んど影響がなかった。

図 5.13 は前の 2つの図とは異なった種類の廊下から得られた画像に対する処理結果を示す。(a) は原画像からボトムアップに得られ直線抽出結果 (量子化レベル: 0.5 度) である。(b) は Level-1 の概念モデルに対応付けられた直交 3 軸方向の直線抽出結果である。一方、(c) はこの結果に到達する前に得られた近似解  $l_i^*, l_j^*, l_k^*$  方向の直線を図示したものである。 $z'$  方向の無限遠点  $\hat{v}_{z'}$  は、(c) から (b) にいたる山登り探索において、(364.3, 262.5) から (366.7, 259.8) に移動し、これに伴って、 $ortho3$  は -14.5 から -26.3 に減少した。この間  $ortho3$  の第 2 項の変化は微小であったが、第 1 項は大幅に変化した。これは、 $ortho3$  の最適化により、近似解  $l_i^*, l_j^*, l_k^*$  の近傍で、平行性をできる限り高くする解釈が探索されることを示す。

図 (d) は Level-2 のマッチング結果であり、正しく 4 本の  $z'$  軸直線が抽出されている。この結果は、ここで用いた概念モデルが、異なった形状をもつ廊下に対しても有効であることを示している。

### 5.6 結言

本章では、画像理解問題を概念モデルからの具体モデルの生成と、具体モデルと画像との対応付けの 2つの問題として定式化し、前者の実現例として、単眼視による廊下シーンのモデル化を述べた。この定式化では、概念モデルを物体中心座標系・直方体近似・詳細構造の 3つのレベルに対応する能動的なモデルとし、各レベルにおいてモデルと画像の照合を行うことにより、具体モデルを徐々に生成した。即ち、各レベルの能動モデルはそのレベルに対応する知識を手続き的に表現した効率のよいアルゴリズムを用いて、画像情報から 3次元情報を復元した。これらの中には、両眼視などを用いることによって、ボトムアップ処理に置き換え可能なものもあるが、両眼視などにおいても、程度の差こそあれ、トップダウン処理は重要な役割りを果たすと考えられる。画像理解の究極の問題は、3次元モデル・知識を如何に持ち、これを柔軟に使用できるかにあると考えられる。ここで示した例は、非常に簡単な問題を扱っているにすぎないが、概念モデルの構成・逐次情報復元に関して画像理解問題に対する 1つの解を与えていると考えられる。

廊下のモデル生成においては、Level-1 の直交 3 軸が非常に重要な役割りを果たしている。直交 3 軸の抽出は、より一般的には物体中心座標系の抽出に相当する。即ち、他の対象物を取り扱う際にも非常に重要と考えられる。本章では、三直交条件と平行条件を一括に扱う最適化問題として問題を定

式化した。斜交 3 軸に対しても同様の方法が考えられる。さらに、前章の議論を仮説生成に利用することも応用例によっては有効と考えられる。

概念モデルは、現在のところ手続き的に記述されているが、より宣言的な記述に改めることが今後の 1つの重要な課題と考えられる。これにより、対象に依存しないモデル生成の枠組が実現できることになると思われる。



## 第6章 結論

本論文では、筆者が行ってきた画像情報からの3次元情報復元の研究について論じた。

第1章では、画像情報に基づく3次元情報復元の研究動向について述べるとともに、問題点を挙げ、研究の基本方針及び本論文の構成を述べた。

第2章では、本論文の主題である中心投影法の逆問題に対して明確な定義を与えるとともに、従来の関連研究を概観するとともに、本論文の位置付けを明確化した。即ち、2.2節で中心投影法を定義したのち、2.3節では一般問題として画像理解問題を定義した。2.4節では従来さまざまな形で行われてきたこの問題に対するアプローチを概観し、これに基づいて、2.5節では本論文の位置づけを明確にした。

第3章では、幾何学的考察に基づいて、大きさが既知である空間内角度の中心投影像から、3次元の情報を復元する際の最も基本的な方程式として、透視角度変換を導き出した。即ち、3.2節で透視角度変換の基本形を、3.4節で透視角度変換の一般形をそれぞれ導き出し、3.7節では両者の関係を整理した。透視角度変換は、中心投影の逆問題において、角度情報による拘束を他の拘束と分離・抽出したものであり、空間内の角度と画像内の角度、および空間内の角度を含む平面の勾配に関する拘束を示す。透視角度変換は、従来の直角に対する議論を一般角度にまで拡張したものであり、この方程式を用いることにより、角度に関するさまざまな定性的・定量的性質を解明でき、種々の応用が可能であることを示した。即ち、3.3節では基本形の応用例を、3.5節および3.6節では一般形の応用例を示した。

第4章では、まず、透視角度変換の概念拡張を行った。第3章までの議論では、透視角度変換は3次元空間内の実交点を持つ角度に対して定義されていたが、4.4節ではこれを3次元空間内の任意の位置にある二直線に対する議論に拡張した。即ち、第3章では仮想画像面上で定義していたPAT曲線をガウス球面上で取り扱うことにより、任意の位置関係にある二線分を正しく扱えるようにした。

第4章ではまた、単眼視による3次元モデルベースビジョンのための枠組を与えた。この枠組により、従来の3次元剛体モデルばかりでなく、回転関節で接続された柔軟な構造をも取り扱うことができる。即ち、4.2節では3次元剛体を一組の剛体内ベクトルで、一方、回転関節を関節ベクトルで表現することにより、3次元回転推定問題を定式化した。この定式化により、可視および不可視の回転関節軸により接続された3次元剛体よりなる構造を対象とできるようになった。また、4.6節では3つの典型的な問題に対する解析を行うとともに、問題の構造を論じた。この結果、基本問題の相互変換に関する2つの定理を導出し、この定理を再帰的に適用することにより不可視関節軸を含む基本問題の一群を構成できることを示した。

最後に、4.8節では基本問題に対する回転推定アルゴリズムの機械的な構成法を示した。一般化1次元探索アルゴリズムは0ベクトル剛体を含まない構造に適用できる。一方、一般化2次元探索アルゴリズムは0ベクトル剛体を1つだけ含む構造に適用できる。一般化アルゴリズムの問題依存部分を

作成することにより、各基本問題に対する具体的なアルゴリズムを作成できる。一般化アルゴリズムを用いることにより、PAT曲線上のテスト関数の零交差検出により、全ての妥当な配置を検出することができる。4.9節では、実験により各アルゴリズムの有効性を示すとともに、一般化アルゴリズムが各種の姿勢推定問題に有効であることを示した。これは、今後のモデルベースビジョンの一つの方向を示したものである。

第5章では、5.2節で画像理解問題を概念モデルからの具体モデルの生成と、具体モデルと画像との対応付けの2つの問題として定式化し、前者の実現例として、5.3節以下で単眼視による廊下シーンのモデル化を述べた。この定式化では、概念モデルを物体中心座標系・直方体近似・詳細構造の3つのレベルに対応する能動的なモデルとし、各レベルにおいてモデルと画像の照合を行うことにより、具体モデルを徐々に生成した。画像理解の究極の問題は、3次元モデル・知識を如何に持ち、これを柔軟に使用できるかにあると考えられる。ここで示した例は、非常に簡単な問題を扱っているにすぎないが、概念モデルの構成・逐次情報復元に関して画像理解問題に対する1つの解を与えていると考えられる。画像と3次元モデルの対応付けの問題には、未だに解決すべき問題が多いが、この画像理解系は、逐次情報復元のフィロソフィに基づいて作成したものであり、このフィロソフィは、一般の画像理解系の構成にも一般的に適用できると考えられる。

以上述べたように、本論文の研究成果は物体認識の基礎的な技術レベル向上に寄与するところが多い。この研究成果をもとに、近年中に実用的な物体認識システムが作成されることを確信する。



## 〔謝辞〕

本論文をまとめるにあたり、京都大学工学部池田克夫教授、並びに美濃導彦助教授には丁寧な指導を賜りました。深く感謝するとともに厚く御礼申し上げます。また、私をコンピュータビジョンの世界に導き入れて下さった京都大学・坂井利之名誉教授（現 龍谷大学理工学部長）に深く感謝致します。

また、第3章の議論のまとめ方など本研究を行う上でさまざまな形で御教示・御指導賜ったカーネギーメロン大学・金出武雄教授、透視角度変換の導出にあたって貴重なヒントを与えて下さった筑波大学・大田友一助教授、研究の進め方について貴重な御教示を頂いた大阪大学・白井良明教授、東京大学・杉原厚吉助教授、群馬大学・金谷健一教授、岡山大学・松山隆司教授に心から感謝致します。

本研究はN T T基礎研究所およびヒューマンインタフェース研究所において、多くの方々の御指導を得て行われました。本研究の開始以来、長期間にわたって直接の上司として御指導頂いた金子博氏に心から感謝の意を表します。また、基礎研究所において御指導・御鞭撻頂いた現 セコム株式会社セコム I S 研究所・橋本新一郎博士、増田功博士、現 A T R 視聴覚機構研究所・淀川英司博士、現大阪電気通信大学・梅田三千雄博士、および、ヒューマンインタフェース研究所において御指導・御鞭撻頂いた現 N T T インテリジェントテクノロジー・小森和昭博士、視覚情報研究部・末永康仁博士、知能ロボット研究部・高野陸男博士、酒井高志氏、木暮賢司博士に深く感謝致します。

また、第5章で述べたシステムの実現に用いたL I S P 処理系の作成者であり、さまざまな要求に快く応じて下さった現 ソフトウェア研究所・梅村恭司氏、第3章の着想において貴重な文献を紹介して頂いた現 A T R 視聴覚機構研究所・有村浩一氏、計算機環境に関して種々の形でご協力頂いた基礎研究所・野島久雄氏、ヒューマンインタフェース研究所・佐野陸夫氏、荒川賢一氏、森本正志氏、日頃から御討論頂く基礎研究所・内藤誠一郎博士、大隅規由博士、ヒューマンインタフェース研究所・関靖夫博士、成瀬正氏、武川直樹氏を始めとする両研究所の皆様御礼申し上げます。

## 〔参考文献〕

- [1] Roberts, L., "Machine perception of three-dimensional solids," in J. Tippetts Eds., Optical and elctro-optical information processing, MIT Press, pp.159-197, 1965.
- [2] Guzman, A., "Decomposition of a visual scene into three-dimensional bodies," AFIPS Fall Joint Conf., 33, pp.291-304, 1968.
- [3] Falk, G., "Interpretation of imperfect line data as a three-dimensional scene," Artificial Intelligence, vol.3, pp.101-144, 1972.
- [4] Huffman, D. A., "Impossible objects as nonsense sentences," in R. Meltzer and D. Mitchie Eds., Machine Intelligence, vol. 6, Edinburgh Univ. Press, pp.295-323, 1971.
- [5] Huffman, D. A., "Realizable configurations of lines in pictures of polyhedra," in R. Meltzer and D. Mitchie Eds., Machine Intelligence, vol. 8, Edinburgh Univ. Press, pp.493-509, 1977.
- [6] Clowes, M. B., "On seeing things," Artificial Intelligence, vol.2, pp.79-116, 1971.
- [7] Mackworth, A. K., "Interpreting picture of polyhedral scenes," Artificial Intelligence, vol. 4, no. 2, pp. 121-137, 1973.
- [8] Waltz, D. L., "Understanding line drawings of scenes with shadows," The Psychology of Computer Vision, McGraw-Hill, 1975.
- [9] Shirai, Y., "Analyzing Intensity Arrays Using Knowledge about Scenes," The Psychology of Computer Vision, McGraw-Hill, 1975.
- [10] 杉原厚吉, "多面体線画の代数的解析法," 信学論 (D), J62-D, no.3, 1979.
- [11] Sugihara, K., "Machine interpretation of line drawings," MIT press, 1986.
- [12] Draper, S. W., "The use of gradient and dual space in line-drawing interpretation," Artificial Intelligence, vol.17, pp.461-508, 1981.
- [13] Kanatani, K., "Reconstruction of consistent shape from inconsistent data: optimization of 2 1/2 D sketches," Proc. ICCV'88, pp.508-512, 1988.
- [14] Kanade, T., "A theory of Origami world," Artificial Intelligence, vol. 13, no.1, pp.279-311, 1980.
- [15] Kanade, T., "Recovery of the Three-Dimensional Shape of a Object from a Single View," Artificial Intelligence, vol.17, pp.409-460, 1981.
- [16] Turner, K. J., "Computer perception of curved objects using a television camera," PhD. thesis, Edinburgh Univ., 1974.
- [17] Chakravarty, I., "A generalized line and junction labelling scheme with applications to scene



- analysis," IEEE Trans. PAMI, vol.1, pp.202-205, 1979.
- [18] Lee, S. J., R. M. Haralick and M. C. Zhang, "Understanding objects with curved surfaces from a single perspective view of boundaries," Artificial Intelligence, vol.26, pp.145-169, 1985.
- [19] Malik, J., "Interpreting line drawings of curved objects," International Journal of Computer Vision, vol.1, pp.73-103, 1987.
- [20] Witkin, A. P., "Recovering surface shape and orientation from texture," Artificial Intelligence, vol.17, pp.17-45, 1981.
- [21] Kender, J., "Shape from texture: a brief overview and a new aggregation transform," Proc. Image Understanding Workshop, November 1978, pp. 79-84, 1978.
- [22] Ohta, Y., K. Maenobu and T. Sakai, "Obtaining surface orientation from texels under perspective projection," Proc. IJCAI'81, pp.746-751, 1981.
- [23] Kanatani, K., "Detection of surface orientation and motion from texture by a stereological technique," Artificial Intelligence, vol.23, pp.213-237, 1984.
- [24] Aloimonos, J. and M. Swain, "Shape from patterns: regularization," International Journal of Computer Vision, vol.2, pp.171-187, 1988.
- [25] Nakatani, H. and T. Kitahashi, "Inferring 3-d shape from line drawings using vanishing points," Proc. 1st International Conference on Computers and Applications, Peking, pp. 638-688, 1984.
- [26] Perkins, D. N., "Cubic corners," In quarterly progress report no. 89, RLE, MIT, 1968.
- [27] Kanatani, K., "The constraints on images of rectangular polyhedra," IEEE Trans. PAMI, vol.8, no.4, pp.456-463, 1986.
- [28] Barnard, S. T., "Choosing a basis for perceptual space," Computer Vision, Graphics and Image Processings, vol. 29, pp. 87-99, 1985.
- [29] Fischler, M. A. and R. C. Bolles, "Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography," Comm. of ACM, vol. 24, no. 6, pp. 381-395, 1981.
- [30] 島崎眞昭, "投影変換の逆変換に関する 2, 3 の考察," 電子通信学会技術報告, IE-79-15, 1979.
- [31] Horaud, R. et al., "An analytic solution for the perspective 4-point problem," Proc. CVPR'89, pp.500-507, 1989.
- [32] 福井幸男, "透視図と形状情報からの 3 次元復元," 情報処理学会研究会資料, CV-29-5, 1984.
- [33] Goad, C., "Special purpose automatic programming for 3d model-based vision," Proc. Image Understanding Workshop, Arlington, VA, pp.94-104, June 1983.

- [34] Haralick, R. M. and Y. H. Chu, "Matching wire frame objects from their two dimensional perspective projections," Pattern Recognition, vol.17, no.6, pp.607-618, 1984.
- [35] Gunnarsson, K. T. and F. B. Prinz, "CAD model-based localization of parts in manufacturing," IEEE Computer, pp.66-74, August 1987.
- [36] 洪海、川島稔夫、山本強、青木由直, "回転行列の正規直交性拘束を用いた多面体の同定," 信学論 (D), vol.J72-D-II, no.3, pp.404-415, 1989.
- [37] Ikeuchi, K., "Generating an interpretation tree from a CAD model for 3D-object recognition in bin-picking tasks," International Journal of Computer Vision, vol. 1, no. 2, pp.145-165, 1987.
- [38] Lowe, D. G., "Perceptual organization and visual recognition," Kluwer Academic Publishers, 1985.
- [39] Horaud, R., "New methods for matching 3-D objects with single perspective views," IEEE Trans. PAMI, vol. 9, no. 3, pp. 401-412, 1987.
- [40] Dohi, H. and M. Ishizuka, "A design of a 3-d vision system based on geometric knowledge," Proc. International Workshop on Industrial Applications of Machine Intelligence and Vision, pp.217-222, Tokyo, 1989.
- [41] Mathematical Society of Japan, Encyclopedic Dictionary of Mathematics, vols.1 and 2, MIT Press, Cambridge, MA, 1977.
- [42] Kanatani, K., "Constraints on length and angle," Computer Vision, Graphics and Image Processings, vol. 41, pp. 28-42, 1988.
- [43] Shafer, A., T. Kanade, J. Kender, "Gradient space under orthography and perspective," Computer Vision, Graphics and Image Processings, vol. 24, pp.182-199, 1980.
- [44] Ikeuchi, K., B.K.P. Horn, "Numerical shape from shading and occluding boundaries," Artificial Intelligence, vol.17, pp.141-185, 1981.
- [45] Barnard, S. T., "Interpreting perspective images," Artificial Intelligence, vol. 21, 1983.
- [46] 中谷広正, 北橋忠宏, "無限遠点により 3 面頂点形状に加わる拘束," 信学論 (D), J65-D, no.10, 1979.
- [47] Nakatani, H. et al., "Extraction of vanishing point and its application to scene analysis based on image sequence," Proc. ICPR'80, vol.1, pp.370-372, 1980.
- [48] Brooks, R.A., "Model-based three-dimensional interpretations of two-dimensional images," IEEE Trans. PAMI, vol.5, pp.140-150, 1983.
- [49] Ikeuchi, K. and T. Kanade, "Applying sensor models to automatic generation of object recognition programs," Proc.ICCV'88, pp.228-237, 1988.



- [50] Murray, D. W. and D. B. Cook, "Using the orientation of fragmentary 3d segments for polyhedral object recognition," International Journal of Computer Vision, vol.2, pp.147-163, 1988.
- [51] Dhome, M. et al., "The inverse perspective problem from a single view for polyhedra location," Proc. CVPR'88, pp. 61-66, 1988.
- [52] Kanatani, K., Group-theoretical methods in image understanding, Springer-Verlag, 1990.
- [53] Moravec, H.P., Robot Rover Visual Navigation, UMI Research Press, 1981.
- [54] Yachida, M., et al., "Model-Guided Monitoring of a Building Environment by a Mobile Robot," Proc. IJCAI'83, vol.1, pp.1125-1127, 1983.
- [55] Shirai, Y., "Analyzing Intensity Arrays Using Knowledge about Scenes," The Psychology of Computer Vision, McGraw-Hill, 1975.
- [56] Brooks, R. A., "Symbolic Reasoning Among 3-D Models and 2-D Images," Artificial Intelligence, vol.17, 1981.
- [57] Marr, D., Vision - A Computational Investigation into the Human Representation and Processing of Visual Information, Freeman, 1982.
- [58] Barrow, H.G. and Tenenbaum, J.M., "Computational Vision," Proceedings of IEEE, vol.69, no.5, 1981.
- [59] Duda, R.O. and Hart, P.E., Pattern Classification and Scene Analysis, New York, Wiley, 1977.
- [60] 出口光一郎, "射影幾何学による PnP カメラ補正問題の統一的解法," 情報処理学会コンピュータビジョン90シンポジウム論文集, pp.41-50, 1990.
- [61] 田村進一他, "面对称性に基づく単眼視からの3次元復元," 電子通信学会研究会資料, PRU-86-130, 1987.

## [関連発表]

### <学会論文誌・学術雑誌>

- [1] 尺長健, 金子博, "透視角度変換 - 角度情報からの形状情報復元," 信学論(D), vol.J70-D, no.10, pp. 1930-1940, 1987.
- [2] 尺長健, 金子博, "単眼視画像による三面頂点の配置推定 - 代数解と法線像仮説検定法," 信学論(D), vol. J71-D, no.9, pp.1669-1681, 1988.
- [3] 尺長健, 金子博, "角度情報による単眼視画像からの平面勾配の推定," 信学論(D), vol. J71-D, no. 11, pp.2340-2349, 1988.
- [4] Shakunaga, T. and H. Kaneko, "Perspective angle transform: principles for shape from angles," International Journal of Computer Vision, vol.3, no.3, pp.239-254, 1989.

### <国際会議>

- [5] Shakunaga, T. and H. Kaneko, "Perspective angle transform and its application to 3-D configuration recovery," Proc. CVPR'86, pp. 594-601, 1986.
- [6] Shakunaga, T. and H. Kaneko, "Shape from angles under perspective projection," Proc. ICCV'88, pp.671-678, 1988.
- [7] Shakunaga, T., "3D scene modeling based on a generic model," Proc. 5ICIAP, pp.493-500, 1989.

### <学会誌>

- [8] 尺長健, "単眼視画像からの3次元情報復元 - 中心投影の逆問題とその解法," submitted to 情報処理学会誌

### <大会・研究会等>

- [9] 尺長健, 金子博, "単眼視による概略シーンからの個別モデルの生成 - 屋内シーンのモデル化," 信学研資, PRL84-52, 1984.
- [10] 尺長健, 金子博, "物体モデルによる屋内シーンのモデル化," 電子情報通信学会総合全大, vol.6, pp. 293 - 294, 1985.
- [11] 尺長健, 金子博, "透視動座標系による3次元空間の認識," 信学研資, PRL85-31, 1985.
- [12] 尺長健, 金子博, "透視角度変換による画像上に散在する3線分の配置推定," 情処学CV研資, 39-1, 1985.
- [13] 尺長健, 金子博, "透視角度変換による3次元情報抽出," 信学技報, PRU86-83, (情処学CV研報, 87-46), 1987.

- [14] 尺長健, 金子博, “ 三次元モデルに基づく単眼視物体認識——四面体配置推定法,” 電子情報通信学会情報・システム部門全大, vol.1, pp.395-396, 1987.
- [15] 尺長健, 金子博, “ 法線像仮説検定法による三面頂点の配置推定,” 信学技報, PRU87-80,1988.
- [16] 尺長健, “ 角度情報に基づく3次元物体の単眼視姿勢推定,” 情報処理学会コンピュータビジョン90シンポジウム論文集, pp.51-60, 1990.